ORSAY
n° d'ordre : 3305

UNIVERSITE DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée

Pour obtenir

Le TITRE de DOCTEUR 3e CYCLE
Spécialité Physique des Solides

PAR

Jean-Marie NICOLAS

SUJET : PROPAGATION DES ULTRASONS EN MILIEU HETEROGENE
(APPLICATION AUX TISSUS BIOLOGIQUES)

soutenue le 7 octobre 1982 devant la Commission d'examen

MM. ALAIS Président
FINK
FRIEDEL
PERIO

ORSAY
n° d'ordre : 3305

UNIVERSITE DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée

Pour obtenir

Le TITRE de DOCTEUR 3e CYCLE
Spécialité Physique des Solides

PAR

Jean-Marie NICOLAS

SUJET : PROPAGATION DES ULTRASONS EN MILIEU HETEROGENE
(APPLICATION AUX TISSUS BIOLOGIQUES)

soutenue le 7 octobre 1982 devant la Commission d'examen

MM. ALAIS Président
FINK
FRIEDEL
PERIO

RESUME

Dans sa partie théorique, cette thèse étudie la propagation des ultrasons en milieu hétérogène et, plus particulièrement, dans les tissus biologiques. Dans ce cas, où l'absorption est proportionnelle à la fréquence, on propose certaines modélisations. On étudie divers aspects du problème inverse. Enfin, on propose une méthode de reconstruction originale en acoustique : la méthode de reconstruction avec l'aide d'une référence, suivant un concept analogue à celui de l'optique active.

La partie expérimentale commence par la modélisation d'une mosaïque de transducteurs circulaires et par sa simulation sur ordinateur. Cette mosaïque est utilisée pour la reconstruction effective de deux cibles en milieu perturbant, grâce à une source référence : les résultats semblent prometteurs.

Mots clés : acoustique adaptative, ultrasons, propagation son, milieu hétérogène, reconstruction.

UNIV. LEIDEN BIBL.

A Daphné,

Laure,

Adrien,

Dominique

et "Mimosa"

Un faible écart initial prend, à mesure que l'on s'éloigne de la vérité, mille fois plus d'ampleur

ARISTOTE

Ce travail a été effectué dans le cadre des Laboratoires d'Electronique et de Physique Appliquée.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur DONJON, Responsable de la Division "Instrumentation Médicale", qui m'a permis d'effectuer cette recherche dans d'excellentes conditions et à Monsieur AUPHAN, initiateur de cette étude, pour l'aide et le soutien apportés tout au long de ces travaux.

Je tiens à remercier mes Maîtres :

Monsieur le Professeur ALAIS, à qui je dois l'essentiel de mes connaissances en acoustique et à qui j'exprime toute ma gratitude pour la direction judicieuse qu'il a su me donner.

Monsieur le Professeur FRIEDEL, dont j'ai l'honneur d'être l'élève et dont je suis très reconnaissant de l'intérêt porté à mon travail.

Monsieur le Professeur PERIO, pour les conseils fructueux qu'il m'a donné et que je remercie pour avoir accepté de participer au jury.

Enfin, Monsieur le Professeur FINK qui a suivi de près ce travail et dont je n'oublierai pas le soutien efficace.

Je tiens, pour terminer, à remercier ici tous ceux grâce à qui ce travail a pu être mené à bien, de façon directe et indirecte, plus particulièrement les Techniciens de l'Equipe "Ultrasons" pour leur aide efficace et Mademoiselle COLINE pour sa frappe et sa patience.

...

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547306_0047

This thesis deals first with the theoretical aspects of the propagation of ultrasounds in an heterogeneous medium, peculiarly in the case of biological tissues. Therefore, the absorption being proportional to the frequency, various modelizations can be proposed. Some aspects of the Inverse Problem are studied. A novel method of acoustic reconstruction is also proposed, that is the method of reconstruction with the help of a reference which is similar to the active optics concept.

The experimental part begins with the modelization of a 2-D array made of circular transducers and its computer simulation. This 2-D array is used for the effective reconstruction of two small targets in a perturbating medium, with the help of a reference source : the results appear as promising.

S O M M A I R E

TABLE DES NOTATIONS..... 3

INTRODUCTION..... 9

A. PARTIE THEORIQUE

A.I. - GENERALITES SUR LES ULTRASONS EN MILIEU BIOLOGIQUE 15

A.I.a - Caractéristiques acoustiques de milieux biologiques..... 15

A.I.b - L'échographie B..... 17

A.II. - ASPECTS THEORIQUES DE LA PROPAGATION DES ULTRASONS EN MILIEU HETEROGENE 19

A.II.a - Notations..... 19

A.II.b - Equation de propagation en milieu non absorbant..... 22

A.II.c - Equation de propagation en milieu absorbant : $\alpha \sim \omega$ 23

A.II.d - Cas particulier d'un milieu homogène absorbant : la transformation de Mellin.... 26

A.II.e - Le problème inverse..... 31

A.III. - LA METHODE PAR REFERENCE 37

A.III.a - Description de la méthode : ses domaines d'application..... 37

A.III.b - Méthode proposée..... 39

A.III.c - Application au domaine médical..... 40

...

B. SIMULATIONS ET RESULTATS EXPERIMENTAUX

B.I. - SIMULATION D'UNE MOSAIQUE EN MILIEU ABSORBANT (α_{NW}) 45

B.I.a - Fonction de transfert et réponse impulsionnelle de la chaîne acoustique..... 45

B.I.b - Résultat des simulations..... 54

B.I.c - Conclusion..... 59

B.II. - RECONSTRUCTION AVEC L'AIDE D'UNE REFERENCE..... 61

B.II.a - Description du dispositif expérimental..... 63

B.II.b - Reconstruction : mise en équation..... 68

B.II.c - Choix d'un estimateur..... 74

B.II.d - Résultats expérimentaux..... 81

C. CONCLUSION..... 89

ANNEXES..... 93

FIGURES..... 142

REFERENCES..... 165

:=:=:=:=:=:=:=:=:=:=:=:=:

...

TABLE DES NOTATIONS

a : Rayon d'un transducteur

A : Demi grand axe de l'ellipse isochrone

$\hat{A}_{\ell}(t) = \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon \ell}{\varepsilon^2 \ell^2 + c^2 t^2}$

$\hat{A}_{\ell} \triangleq e^{-\varepsilon \frac{|\omega|}{c} \ell}$

c : Célérité de l'onde acoustique au point considéré

c_j^i : Célérité moyenne entre la référence et le j-ème transducteur du i-ème couple

$\mathbb{D}$: Diamètre d'un transducteur

$\mathbb{D}^k$: Dérivée

$\mathcal{D}'^+$: Ensemble des distributions à support compact sur $\mathbb{R}^+$

e : Epaisseur de la céramique d'un transducteur

G : $\widetilde{G}_e$: réponse acoustoélectrique d'un transducteur émetteur

$\widetilde{G}_r$: réponse acoustoélectrique d'un transducteur récepteur

$\widetilde{G} = \widetilde{G}_e * \widetilde{G}_r * V^{(1)}$

...

$$h(t) \triangleq \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + (t-1)^2}$$

$H(x,y,z,t)$: Pression en (x,y,z) à l'instant t dû à une source "piston" à l'origine dont le mouvement correspond à un δ en vitesse

J_j : Fonction de Bessel d'indice j

$\vec{k}$: Vecteur d'onde

$k \triangleq |\vec{k}|$

k_t : Coefficient de couplage électromécanique d'un transducteur

ℓ : Distance entre source (ou récepteur) et le point considéré

$\overline{\ell}$: Distance entre le centre d'un transducteur et le point considéré

L_t : Distance entre deux transducteurs élémentaires d'une mosaïque

L : Distance entre le point entre deux transducteurs et la projection du point considéré sur le plan des transducteurs

$L_c(t)$: Réponse impulsionnelle de la cible

$$\tilde{L}(t) \triangleq L_c(t) * \tilde{G} = L_c(t) * \tilde{G}_e * \tilde{G}_r * V^{(1)}$$

$\mathcal{M}(f)$: Transformée de Mellin de la fonction réelle f

$\mathcal{M}^{-1}(F)$: Transformée de Mellin inverse de la fonction complexe F

...

$p(x,y,z,t)$: Pression en (x,y,z) à l'instant t

$p_1(x,y,z,t)$: Pression acoustique en (x,y,z) à l'instant t

r : Distance entre l'axe d'un transducteur et le point considéré

s : Variable de Mellin

S_m : Estimateur en (x_m, y_m, z_m) dans le cas où la réponse de diffraction des transducteurs est un δ.

t_s : Durée du signal reçu au point considéré pour une source "piston" dont le mouvement correspond à un δ en vitesse

T_m : Estimateur en (x_m, y_m, z_m) dans le cas où les réponses de diffraction des transducteurs sont $\Pi^{(1)}$ Π^{2}

$\widehat{T}_m \triangleq \dfrac{T_m}{\overline{\overline{T}}_m}$ où $\overline{\overline{T}}_m$ est une norme

$v(x,y,z,t)$: Vitesse en (x,y,z) à l'instant t

$V^{(1)}$: Tension du signal émis

$V^{(2)}\left(V_i\right)$: Tension du signal reçu (par le i-ème couple)

$\tilde{V}_i^m$: Tension du signal reçu par le i-ème couple déconvolé par les réponses de diffraction de chaque transducteur au point visé (x_m, y_m, z_m)

W^m : Résultat de la focalisation synthétique

$Y(t)$: Fonction d'Héaviside

...

z : Distance entre le plan des transducteurs et le point considéré

Z : Impédance acoustique $\quad Z \triangleq \rho_0 . c$

Dans le cas d'un transducteur :

- Z_B = impédance acoustique du backing
- Z_C = impédance acoustique de la céramique

α : Coefficient d'atténuation (en m^{-1})

γ : Constante d'Euler

$\delta(t)$: Distribution de Dirac

ε : Coefficient sans dimension d'atténuation $\quad \alpha \triangleq \varepsilon \frac{|\omega|}{c}$

ε_{33}^{S} : Perméabilité relative de la céramique d'un transducteur

$\theta \triangleq \text{Arcsin}\left(\frac{r}{\ell}\right)$ (directivité)

μ : Coefficient d'atténuation en db/cm/MHz

Π : Potentiel des vitesses pour une source "piston" dont le mouvement correspond à un δ en vitesse

Π_A : Π en milieu atténuant

$\overline{\Pi}, \overline{\Pi_A}$: Translatés en temps de Π et Π_A de sorte que ces signaux soient centrés en t = 0

ρ : Masse volumique

σ : Aire d'un transducteur

...

τ : Durée utile d'un signal (définie, par exemple, comme étant le temps durant lequel ce signal contient 90 % de son énergie)

$\varphi \triangleq \text{Arcos}\left(\frac{\overline{\ell}(ct-\overline{\ell})}{ar}\right)$

Ψ : Potentiel des vitesses

Ψ_A : Potentiel des vitesses en milieu absorbant

$\hat{f}$: Transformée de Fourier de f

$*$: Convolution

$*^{-1}$: Convolution inverse

$*^{M}$: Convolution de Mellin

$\triangleq$: Egal par définition

...

Les sciences biologiques et la médecine en particulier puisent beaucoup dans l'arsenal des sciences physiques et mathématiques. Depuis une décennie, de nouveaux appareils d'imagerie médicale ont été et sont mis à la disposition des médecins : scanner à rayons X, échographes à ultrasons, utilisation de radio-isotropes et de la RMN [1] .

Favorisé par la totale innocuité des ondes acoustiques pour l'organisme aux puissances utilisées, les applications médicles des ultrasons ont connu un développement rapide et un engouement certain auprès du corps médical.

Cependant, les techniques utilisées sont loin d'avoir reçu toutes les améliorations possibles et souhaitées et de nouvelles perspectives s'ouvrent aux techniques ultrasonores.

L'objet de cette thèse est d'aborder, succintement, l'aspect théorique de la propagation dans les tissus, puis de montrer comment le principe de reconstruction avec l'aide d'une référence -telle qu'elle se pratique en optique- peut s'appliquer à l'exploration médicale.

...

PARTIE A

- ASPECTS THEORIQUES -

La première partie de cette thèse propose d'abord un bref survol sur les caractéristiques des ultrasons en milieu biologique et sur l'application la plus connue et utilisée des ultrasons en médecine : l'échographie B. Ceci a pour but de définir le cadre de l'approche théorique de la propagation des ultrasons en milieu hétérogène, volontairement restreinte au domaine applicable en acoustique médicale, permettant et justifiant certains modèles proposés.

...

A.I. - GENERALITES SUR LES ULTRASONS EN MILIEU BIOLOGIQUE

A.I.a. - Caractéristiques acoustiques des milieux biologiques [2]

Les tissus biologiques présentent certaines caractéristiques acoustiques assez particulières pour conditionner les moyens d'investigation mis en oeuvre pour leur observation.

En effet, célérité du son et masse volumique ont des valeurs proches de celles prises dans le cas de l'eau (c = 1500 m/s, $\rho = 10^3 Kg/m^3$), mais peuvent varier assez fortement d'un organe à un autre. Ces variations amènent des phénomènes de diffusion et peuvent incurver les rayons acoustiques.

L'atténuation, assez forte, est dûe en sa presque totalité à un phénomène d'absorption encore mal expliqué (annexe D.I.) qui présente la particularité de varier proportionnellement à la fréquence. Sa relative intensité (proche du db/cm/MHz) limite l'utisation des fréquences élevées (vers la dizaine de MHz).

Aussi, le compromis à établir entre la recherche d'une meilleure définition (qui conduirait à augmenter la fréquence) et la limitation dûe à l'absorption oriente traditionnellement le choix vers la gamme de fréquences : 1 MHz à 5 MHz.

Le tableau récapitulatif suivant permet de se faire une idée quantitative des caractéristiques de quelques tissus :

...

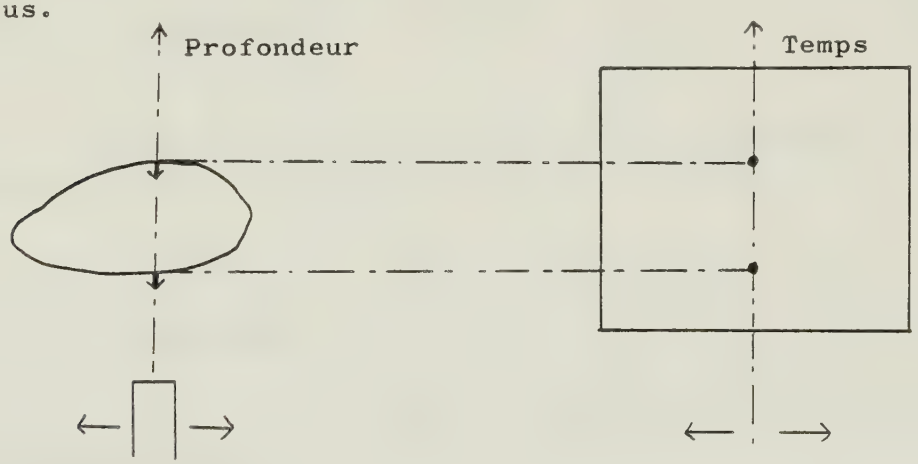
	c m/s	$\rho . c$ ($10^6 Kg/m^2/S$)	μ db/cm/MHz	α à 1 MHz mm^{-1}	ε
- Eau.....	1480	1,48	$\alpha \sim f^2$	0,0003	7.10^{-5}
- Foie.....	1550-1607	1,68	0,80	0,07-0,13	0,017-0,030
- Rein.....	1558-1568		0,85	0,09-0,13	0,027
- Cerveau.....	1510-1565	1,58	0,85	0,09-0,13	0,021-0,038
- Graisse.....	1450	1,38	0,63	0,04-0,09	0,009-0,020
- Sang.....	1571	1,61	0,18	0,02	0,005
- Os.....	3000	7,80	$\alpha \sim f^2$	1,5-2,2	0,7 à 1 MHz
- Poumons.....	300-1110		$\alpha \sim 1/f$	3,5-5,0	0,19-0,80 à 1 MHz
- Air.....	330	0,00043			

avec $\alpha = \varepsilon \frac{\omega}{c}$ (et $\alpha = \mu . 0,011513$)

Il permet d'entrevoir les problèmes posés par les os, les poumons et les bulles d'air en échographie médicale en raison des valeurs élevées de l'atténuation et de valeurs d'impédance très différentes de celles de la plupart des organes.

A.I.b. - L'échographie B

Cette méthode, la plus traditionnelle de l'imagerie acoustique, se fonde sur l'hypothèse d'une célérité homogène dans les tissus. La propagation est alors supposée s'effectuer en ligne droite et l'on peut relier arbitrairement le temps de vol d'un écho à la profondeur de la cible échogène. Il suffit alors de déplacer le transducteur émetteur-récepteur en envoyant le signal sur un oscilloscope -où la brillance sera modulée par l'intensité de l'enveloppe du signal- pour obtenir sur l'écran une coupe des tissus.



Les échographes actuels ont un principe qui s'écarte peu de ce schéma simplifié.

...

Deux points importants sont à souligner :

- l'hypothèse c = cste amène une perte de définition dans l'image ;
- le fait de ne prendre que l'enveloppe du signal revient à négliger un critère physique souvent méconnu en acoustique : la phase.

Il n'empêche que, dans certains cas, les images obtenues sont de qualité surprenante.

Le type d'image obtenue-complémentaire des examens en rayons X- ainsi que la commodité d'utilisation et l'innocuité de l'examen justifient l'intérêt que les médecins portent à ce type d'examen.

...

A.II. - ASPECTS THEORIQUES DE LA PROPAGATION DES ULTRASONS EN MILIEU HETEROGENE

Le cadre de l'approche théorique est volontairement restreint à celui de l'acoustique médicale :

- gamme des fréquences : 0,5 ; 5 MHz
- absorption définie expérimentalement comme étant proportionnelle à la fréquence
- dispersion négligeable dans la gamme de fréquence considérée
- hypothèse de linéarité (la non-linéarité des phénomènes acoustiques en milieu biologique envisagée par certains auteurs [3] ne sera pas traitée)
- brièveté des phénomènes : la conduction thermique sera négligée.

Dans ces conditions, nous pouurons justifier certains modèles mathématiques définis dans ce paragraphe.

A.II.a. - Notations

Tout d'abord, posons les définitions des variables acoustiques choisies :

- p: pression totale en (x,y,z) à l'instant t :

$$p(x,y,z,t) = p_0(x,y,z) + p_1(x,y,z,t)$$

avec $p_0(x,y,z)$ = constante (condition d'équilibre)

$p_1(x,y,z,t)$ = pression acoustique

- ρ: masse volumique du milieu en (x,y,z) à l'instant t

$$\rho(x,y,z,t) = \rho_0(x,y,z) + \rho_1(x,y,z,t)$$

...

avec $\rho_0(x,y,z)$ = masse volumique du milieu à l'équilibre

$\rho_1(x,y,z,t)$ = variation de masse volumique dûe à l'onde acoustique

- $v_1(x,y,z,t)$: vitesse en (x,y,z) à l'instant t des molécules -supposées initialement au repos- dûe à l'onde acoustique

- $\psi(x,y,z,t)$: potentiel des vitesses : $\vec{v_1} = -\nabla\psi$ $p_1 = \rho\frac{\partial\psi}{\partial t}$

- $\alpha(x,y,z)$: coefficient d'absorption en (x,y,z) tel que connaissant I(x,y,z), intensité de l'onde acoustique en ce point, on ait :

$$dI(x,y,z) = -2\alpha(x,y,z)\,dl$$

- c(x,y,z) : célérité de l'onde acoustique

- Z(x,y,z) : impédance acoustique dont la définition sera celle traditionnellement utilisée en physique biomédicale :

$$Z(x,y,z) = \rho_0(x,y,z)\ c(x,y,z)$$

Les variables peuvent être définies dans deux référentiels :

- le référentiel d'Euler où l'observateur est fixe
- le référentiel de Lagrange où l'observateur est lié au milieu.

Nous justifierons (§A.II.b) le choix du référentiel de Lagrange pour les milieux hétérogènes.

Pour mémoire, rappelons que l'équation de propagation en milieu homogène s'écrit après linéarisation :

$$\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \nabla^2\psi = \Box\psi = 0 \qquad \text{(A.II.a.1)}$$

...

et dans le cas d'une onde plane progressive de vecteur d'onde $\vec{k}$:

$$\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - |\vec{k}|^2 \psi = 0$$

Dans ce dernier cas, on peut montrer : $p_1 = v_1 Z$

Rappelons que le problème de Cauchy dans l'espace à trois dimensions :

$$\square \psi = \delta(t) \otimes f(x,y,z)$$

$\otimes$: produit tensoriel

a pour solution :

$$\psi(X,t) = \frac{1}{4\pi t} \iint_{|Y| = ct} f(X-Y)\, dS(Y) \qquad X = (x,y,z)$$

Pour une source unitaire en X_0 :

$$\psi(X,t) = \frac{1}{4\pi |X-X_0|}\, \delta\left(t - \frac{|X-X_0|}{c}\right)$$

Notons la particularité de la solution dans l'espace à trois dimensions dont l'obtention se fait par une intégrale de surface sur la sphère de rayon ct à l'instant t. En effet, en dimension 2 par exemple, l'intégration se fait sur le disque de rayon ct(et non, par analogie avec la dimension 3, sur le cercle de rayon ct).

Terminons avec quelques ordres de grandeur :

dans le cas d'une onde plane progressive dans l'eau, de fréquence 2,25 MHz, si l'on se place au voisinage de la cavitation ($|p_1|_{max} = p_0 =$ 1 atm), en supposant, ce qui est loin

...

d'être vrai, que les hypothèses de linéarité sont toujours vérifiées, on obtiendrait :

$$Z = 1{,}5.10^{6} \quad \Rightarrow \quad |v_1|_{max} \simeq 6{,}7.10^{-2}\,m/s$$

$$\text{et} \quad |x_1|_{max} \simeq 4{,}7.10^{-9}\,m$$

soit une élongation maximale d'une cinquantaine d'Angstroem.

A.II.b. - Equation de propagation en milieu non absorbant

Dans le cas où une onde acoustique se propage dans un milieu où varient à la fois célérité et densité, l'équation de propagation de la pression peut se simplifier, dans le cas linéarisé :

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - \nabla^2 p_1 + \nabla \mathrm{Log}\,\rho_0 \cdot \nabla p_1 = 0 \qquad \text{(A.II.b.1)}$$

Etablir ce résultat en se plaçant en coordonnées d'Eulertels Morse [4] ou Chernov [5] prête le flanc à la critique, d'une part au niveau des équations (où certaines simplifications sont abusives) et d'autre part sur le plan physique.

En effet, prenons le cas d'un dioptre (cas d'une membrane séparant deux types de tissus). Un "observateur d'Euler" qui serait au repos placé sur ce dioptre, verrait, lors du passage de l'onde en alternance, un milieu dou l'autre. En revanche, un "observateur de Lagrange" restera durant toute la durée du phénomène sur le dioptre.

On voit de ce fait les limites de l'équation A.II.b.1 qui devrait inclure des discontinuités au passage d'un dioptre [6]

...

En revanche, ce même résultat s'obtient naturellement en se plaçant en variables de Lagrange [7]

Notons, d'après l'estimation faite en § A.II.a que l'observateur d'Euler ne sera éloigné de l'observateur de Lagrange que d'une cinquantaine d'Angstroem au maximum.

A.II.c. Equation de propagation en milieu absorbant : $\alpha \sim \omega$

Pour mémoire, l'équation linéarisée de propagation de la pression en milieu visqueux et en l'absence de conduction thermique s'écrit : ([4] , p 282)

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial}{\partial t^2} - \ell'_v c \frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\right) p$$

où $$\ell'_v = \frac{\eta + 4/3\,\mu_v}{\rho_0 c}$$

Dans le cas d'une onde plane progressive, il est aisé de montrer que cette équation mene à une absorption :

$$\alpha \simeq \frac{\ell'_v}{2c^2}\,\omega^2 \sim \omega^2$$

Dans le cas des tissus, où α est proportionnel à la fréquence, on peut proposer l'équation suivante :

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \left(\frac{4\varepsilon c^2}{\pi} Y(t) \operatorname{Log}\frac{t}{\tau_0}\right) * \frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\right) p \qquad \text{(A.II.c.2)}$$

où $Y(t)$ est la fonction d'Heaviside.

...

En effet, dans le cas d'une onde plane progressive, on peut définir :

$$p = p_0 e^{i(kz - \omega t)} \qquad k = k_0 + j\alpha$$

Prenant la transformée de Fourier spatiale et temporelle de (A.II.c.2), on obtient :

$$-k^2 = \frac{1}{c^2}\left(-\omega^2 + \frac{4\varepsilon c^2}{\pi}\left(\frac{i\,\mathrm{Log}|\gamma\omega\tau_0|}{\omega} - \frac{\pi}{2|\omega|}\right)(-i\omega)(-k^2)\right)$$

γ : constante d'Euler

Et, en supposant que l'atténuation est faible (hypothèse de propagation) :

$$k^2 \simeq k_0^2 + 2jk\alpha$$

on obtient, en séparant partie réelle et partie imaginaire, les deux relations suivantes :

$$k_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + \frac{4\varepsilon}{\pi}\,\mathrm{Log}\,|\gamma\omega\tau_0|\;k_0^2 \qquad \text{(A.II.c.3)}$$

$$2k\alpha = 2\varepsilon k^2\,\mathrm{sgn}(\omega) \Longleftrightarrow \alpha = \frac{\varepsilon|\omega|}{c} \qquad \text{(A.II.c.4)}$$

La relation A.II.c.3 est la relation de dispersion : pour avoir une dispersion négligeable dans un certain domaine de fréquence, il suffit de choisir τ_0 de telle sorte que :

$\gamma\omega\tau_0$ soit voisin de 1

La relation A.II.c.4 montre que l'on a bien absorption proportionnelle à la fréquence.

...

Ainsi, l'introduction d'une convolution temporelle par une fonction causale -bien choisie- sur l'opérateur $\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2$ transforme la loi d'absorption. A l'échelle cellulaire, il serait tentant d'envisager une sorte d'effet mémoire reliant la cause $\left(\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\right)$ et l'effet (absorption).

Un calcul proposé en annexe (D.II) permet d'établir la fonction mémoire pour un α expérimental : $\alpha \sim \omega^{1+m}$ pour m petit.

Une autre approche est proposée en annexe. Les résultats expérimentaux semblent montrer que l'hypothèse d'une propagation adiabatique serait à rediscuter. Cette hypothèse est à la clé de la démonstration conduisant à l'équation A.II.b.1 par le biais de l'équation d'état (linéarisée) :

$$\rho_1 = \frac{1}{c^2} p_1$$

On pourrait poser -arbitrairement- que dans le cas des tissus, la relation entre variation de masse volumique et pression acoustique se fait par le biais d'une convolution en temps et en espace :

$$\rho_1 = M \overset{\mathbb{R}^3}{\underset{t}{**}} p_1$$

relation qui traduirait "l'effet mémoire" au niveau cellulaire.

Un calcul simple montre que l'on retrouve l'équation A.II.b.1 en choisissant :

$$M = -\frac{4\varepsilon c^2}{\pi} Y(t).t\left(\mathrm{Log}\frac{t}{\tau_o} - 1\right).\nabla^2\left(\delta(\mathbb{R}^3)\right)$$

avec $\delta(\mathbb{R}^3)$ tel que $f(x,y,3) \overset{\mathbb{R}^3}{*} \delta(\mathbb{R}^3) = f(x,y,3)$

Il est proposé en annexe (D.III).

...

A.II.d. - Cas particulier d'un milieu homogène absorbant :

la transformation de Mellin

Dans le cas où l'on traite un milieu homogène ($c = c_0$ et $\rho = \rho_0$) dont l'absorption est constante et proportionnelle à la fréquence, la solution de l'équation de propagation peut se traiter facilement à l'aide de la transformation de Mellin.

Rappelons la définition et les propriétés de cette transformation [8].

Soit $f(x)$ une fonction (ou distribution) telle que :

$$f \in \mathcal{D}'^{+}$$

Supposons qu'il existe $a, b \in \mathbb{R}$ tels que :

$$\zeta_{a,b}(x) \triangleq \begin{cases} x^{-a} & 0 < x \leq 1 \\ x^{-b} & 1 < x < \infty \end{cases}$$

on ait :

$$\sup_{0<x<\infty} \left| \zeta_{a,b}(x) \cdot x^{k+1} D^k f(x) \right| < \infty$$

Alors pour $s \in \mathbb{C}$: $a < \mathrm{Re}\, s < b$ on peut définir la transformée de Mellin de f :

$$\mathcal{M}\{f(x)\}(s) = \int_0^\infty f(x)\, x^{s-1}\, dx = F(s)$$

telle que :

$$f(x) = \mathcal{M}^{-1}\{F(s)\}(x) = \frac{1}{2i\pi} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} F(s)\, x^{-s}\, ds$$

...

Par analogie avec le rôle de la convolution vis-à-vis de la transformation de Fourier, on définit la "convolution de Mellin", notée ici $\overset{M}{*}$, par :

$$f \overset{M}{*} g = h \iff \mathcal{M}\{f\} \cdot \mathcal{M}\{g\} = \mathcal{M}\{h\}$$

d'où :

$$h(x) = \int_0^\infty f(u)\, g\left(\frac{x}{u}\right) \frac{du}{u} = \int_0^\infty f\left(\frac{x}{u}\right) g(u) \frac{du}{u}$$

Nous savons que la solution de l'équation d'onde en milieu non absorbant s'écrit, dans le cas d'une source unique située à une distance ℓ de l'observateur :

$$g(t) = \frac{\delta(t - \ell/c)}{4\pi\ell}$$

Dans le cas d'un milieu absorbant (et donc, d'après les relations de Kramers-Kronig, dispersif), nous appellerons $g_A(t)$ cette solution.

Du fait de la dispersion, $g_A(t)$ n'est plus à support ponctuel.

Soit une distribution spatiale de sources : $f(x,y,z)$
La solution de l'équation d'onde s'écrit alors :

$$\Psi'_A(t) = \iiint dx\, dy\, dz\; f(x,y,z) \cdot g_A(t)$$

$$= \int_0^\infty d\ell\; g_A(t) \left\{ \iint_{|Y|=\ell} f(Y)\, dS(Y) \right\} \qquad Y = (x,y,z)$$

...

$$\psi_A(t) = \int_0^\infty d\ell \cdot g_A(t) \cdot \frac{4\pi\ell}{c} \left\{ \frac{\iint_{|Y|=\ell} f(Y)\, dS(Y)}{4\pi\ell/c} \right\}$$

$$\psi_A(t) = \int_0^\infty d\ell\ g_A(t)\ \psi\left(t' = \frac{\ell}{c}\right) \frac{4\pi\ell}{c} \qquad \text{(A.II.d.1)}$$

Dans le cas d'un milieu ou l'absorption est proportionnelle à la fréquence, nous connaissons $g_A(t)$:

$$g_A(t) = \frac{1}{4\pi\ell} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\varepsilon \ell c}{\varepsilon^2\ell^2 + (ct-\ell)^2}$$

$$\left|\widehat{g_A}\right| = \frac{1}{4\pi\ell}\, e^{-\frac{\varepsilon|\omega|\ell}{c}}$$

(Notons que cette solution, non causale, n'est qu'une bonne approximation : une méthode a été proposée pour rendre cette solution causale [9]).

D'où :

$$\psi_A(t) = \int_0^\infty d\ell\ \frac{1}{\pi}\ \frac{\varepsilon\ell}{\varepsilon^2\ell^2 + (ct-\ell)^2}\ \psi\left(t' = \frac{\ell}{c}\right) \qquad \text{(A.II.d.2)}$$

Montrons que la relation intégrale A.II.d.2 est en réalité une convolution de Mellin.

Posant, $\zeta = \frac{\ell}{c}$, on obtient :

$$\psi_A(t) = \int_0^\infty \psi(\zeta)\ \frac{1}{\pi}\ \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + \left(\frac{t}{\zeta} - 1\right)^2}\ \frac{d\zeta}{\zeta}$$

Definissons $h(x)$: $h(x) = \frac{1}{\pi}\ \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + (x-1)^2}$

...

on peut alors écrire :

$$\psi_A(t) = \int_0^\infty \psi(\zeta)\, h\left(\frac{t}{\zeta}\right) \frac{d\zeta}{\zeta}$$

$$= \psi(t) \overset{M}{*} h(t)$$

On a ainsi une relation très générale entre la solution de l'équation de propagation en milieu absorbant et celle de l'équation de propagation en milieu non absorbant.

De même, si l'on connaît la solution en milieu absorbant, on peut en déduire celle-ci en milieu non-absorbant par la relation :

$$\psi = \mathcal{M}^{-1}\left\{\frac{\mathcal{M}(\psi_A)}{\mathcal{M}(h)}\right\} \qquad \text{(A.II.d.3)}$$

Cette relation présente un grand intérêt expérimental puisque les calculs de transformées directe et inverse de Mellin peuvent aisément se ramener, sur ordinateur, à des T.F.R. (Transformée de Fourier Rapide) et que la transformée de Mellin de $h(x)$ se trouve dans les tables [10], [11] :

$$H(s) = \mathcal{M}(h(x)) = \frac{(-1-i\varepsilon)^{s-1} - (-1+i\varepsilon)^{s-1}}{2i \sin \pi s}$$

à condition, évidemment, de connaître a priori l'absorption ε.

Une application de cette méthode aux signaux échographiques obtenus à partir d'un transducteur est proposée en annexe (D.IV.).

...

Nous pourrions nous demander si une solution aussi simple peut se retrouver dans le cas où l'absorption n'est pas proportionnelle à la fréquence.

La relation intégrale A.II.d.1 étant posée :

$$\psi_A(t) = \int_0^\infty d\ell \; g_A(t) \; \frac{4\pi\ell}{c} \; \psi\left(t=\frac{\ell}{c}\right)$$

Le problème est donc de trouver $g_A(t)$ tel que :

$$\widehat{g_A} = \frac{1}{4\pi\ell} \; e^{-\frac{\varepsilon |\omega|^m \ell}{c}}$$

Pour $n = 2$:

$$\widehat{g_A} = \frac{1}{4\pi\ell} \; e^{-\frac{\varepsilon \omega^2}{c} \ell}$$

$$\Longleftrightarrow \quad g_A(t) = \frac{1}{4\pi\ell} \sqrt{\frac{c}{4\varepsilon\ell}} \; e^{-\frac{c}{4\varepsilon\ell}\left(t-\frac{\ell}{c}\right)^2}$$

et $$\psi_A(t) = \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{4\varepsilon\ell c}} \; d\ell \; e^{-\frac{c}{4\varepsilon\ell}\left(t-\frac{\ell}{c}\right)^2} \psi\left(t'=\frac{\ell}{c}\right)$$

...

relation qui ne conduit à aucune transformation connue et encore moins à sa transformation réciproque.

Pour $n = 1/2$, les tables fournissent $g_A(t)$: expression assez compliquée comportant des fonctions de Fresnel.

Les autres cas ($n \neq 0$ évidemment) sont ignorés et ne doivent pas avoir d'expression analytique simple.

Ainsi le cas de l'absorption proportionnelle à la fréquence semble être le seul qui présente de telles facilités mathématiques et où l'on puisse, par transformation réciproque, obtenir le signal en milieu non-atténuant, connaissant celui-ci en milieu atténuant.

A.II.e. - Le Problème Inverse

Dans de nombreuses branches de la physique, le "problème inverse", c'est-à-dire la connaissance d'un milieu à partir de son interaction sur la propagation d'une onde (E.M., acoustique, phonons...), est à l'ordre du jour. De fructueux rapprochements peuvent d'ailleurs être faits. Dans le cas de l'acoustique, aussi bien dans le domaine médical qu'en contrôle non destructif, des résultats intéressants ont ainsi été obtenus.

Commençons d'abord par souligner les difficultés du "problème direct". L'équation A.II.b.1 :

$$\frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - \nabla^2 p_1 + \nabla \mathrm{Log}\,\rho_0 \cdot \nabla p_1 = 0$$

...

n'a pas de solution simple mathématique (voir par exemple, Reed and Simon [12] dont la solution, mathématiquement élégante, nécessite de subtils changements de normes et d'espaces de Hilbert).

Cependant, dans certains cas particuliers, les analogies avec la mécanique quantique ont porté leurs fruits.

- Cas d'un milieu 1.D : l'impédographie

Dans le cas où l'on n'a qu'une variable d'espace : , Lefebvre [13] a développé les bases de "l'impédographie" :

(A.II.b.1) s'écrit :

$$-\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} + \rho c^2 \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_1}{\partial x}\right) = 0 \qquad \text{(A.II.e.1)}$$

Se plaçant dans le référentiel propre, avec

$$\xi = \int_0^x \frac{dx'}{c(x')}$$

A.II.e.1 s'écrit :

$$-\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} + Z \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{1}{Z}\frac{\partial p_1}{\partial \xi}\right) = 0$$

Soit : $$-\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 p_1}{\partial \xi^2} - q\frac{\partial p_1}{\partial \xi} = 0 \qquad q = \frac{d}{d\xi}\operatorname{Log} Z$$

...

Puis, posant $p = \frac{1}{\sqrt{z}} p_1$ et en effectuant une transformation de Fourier, on obtient une équation de Schrödinger indépendante du temps :

$$4\pi^2 \nu^2 \hat{p} + \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial \xi^2} - V \hat{p} = 0$$

$$V(\xi) = -\frac{1}{2}\frac{dq}{d\xi} + \frac{1}{4} q^2$$

dont on connaît des méthodes de résolution [14].

Des approximations utiles peuvent aisément se déduire [13] Une étude similaire a été menée dans le cas d'un milieu absorbant [15] Cependant, la généralisation d'une telle méthode à l'espace à trois dimensions n'a pu être menée à bien.

- Cas d'un milieu 3.D homogène : cas des rayons X

L'application du théorème de projection de Radon [16] s'avère fructueux dans l'étude des milieux (3.D) homogènes (c = cste) atténuants. Ramachadran a ainsi montré que l'on pouvait alors établir une carte d'atténuation.

C'est le principe appliqué au scanner (les rayons X ayant une célérité homogène dans les tissus) ou en médecine nucléaire.

Le principe n'est malheureusement pas transposable aux ultrasons à cause de l'hypothèse de célérité homogène.

...

- Autres solutions

Dans le cas de l'acoustique médicale, d'autres solutions ont été envisagées.

Tout d'abord, notons que, dans le cadre de l'approximation de Born, le coefficient de rétrodiffusion est directement lié aux variations d'impédance [17] , alors que la courbure des rayons est le fait des variations de célérité.

Par une analyse des signaux ultrasonores en transmission, Schomberg [18] propose une méthode conduisant à établir une carte des célérités.

Des reconstructions, dans le cadre de l'approximation de Born, à partir des ondes diffusées, ont été envisagées [19] offrant de fortes analogies avec des méthodes employées en optique [20] . Elles semblent encore difficilement adaptables à une application médicale immédiate...

Citons enfin pour mémoire l'holographie acoustique [21] que l'on a cru prometteuse...

- Les difficultés propres à l'imagerie médicale

Sauf dans certains cas trop particuliers (sein), il est quasiment impossible, avec les ultrasons, d'envisager des méthodes simples par transmission à cause des perturbations causées par la colonne vertébrale ou par n'importe quel facteur perturbant local (bulle d'air...).

De même qu'il sera toujours impossible d'explorer l'onde reçue selon tous les vecteurs d'onde $\vec{k}$ possibles.

...

Aussi, il serait souhaitable de trouver une méthode qui garderait la propriété d'être une analyse échographique, mais qui pourrait s'affranchir de l'hypothèse de célérité homogène : la méthode avec l'aide d'une référence semble être une des solutions possibles.

...

A.III. - LA METHODE PAR REFERENCE

Il semble donc, à travers ce rapide survol théorique, que le problème inverse ne puisse à l'heure actuelle être aisément résolu. Aussi est-il fructueux de s'intéresser à une autre approche du problème inverse, moins absolue mais plus phénoménologique.: la méthode par référence. Cette méthode, appliquée en optique sous le vocable "optique active", peut aisément s'adapter à d'autres branches de la physique et, en particulier, aux ultrasons.

A.III.a. - Description

1°) L'optique active [22]

Cette méthode assez récente permet en astronomie de s'affranchir des turbulences atmosphériques qui péjorent la résolution des instruments à grande ouverture.

Ces turbulences aléatoires, variant assez rapidement (une fréquence d'échantillonnage de l'ordre de la centaine d'Hertz est nécessaire pour leur étude) peuvent être assez simplement abordées par le modèle du "film mince" [23] : le milieu perturbant est d'assez faible épaisseur pour que la perturbation ne se traduise que par une rotation de la phase.

L'optique active suppose alors que, dans le champ d'observation, il existe une étoile dont on connaît les caractéristiques ; pour les rayons lumineux issus de cette étoile, on connaît alors les effets de la turbulence atmosphérique. On peut alors effectuer une correction de phase par modification de la forme du miroir du télescope, monté sur cales piezoélectriques.

...

Si l'on peut justifier que des rayons voisins subiront la même rotation de phase, l'image d'une étoile proche (au sens de la séparation angulaire !) de l'étoile référence peut alors être corrigée des perturbations atmosphériques.

Cette méthode est pleine d'avenir car elle n'impose plus une qualité parfaite de conditions atmosphériques pour l'exploration stellaire.

2°) Radar [24]

Grâce à l'utilisation d'une cible fixe connue, Steinberg montre que cette référence permet d'obtenir une image radar correcte à partir d'une antenne à grande ouverture dont les éléments sont mal positionnés. Le milieu peut aussi présenter des variations de célérité.

- Milieu turbulent en acoustique

S'inspirant de certaines méthodes utilisées en optique active, Sato [25] présente un moyen original pour reconstruire des cibles à travers un écran mince turbulent.

Sa méthode adaptative, qui s'effectue par des corrélations à optimiser entre le signal émis et celui reçu par une mosaïque, permet une estimation des inhomogénéïtés et, par répétition de ce processus, une meilleure qualité d'image.

Les résultats présentés ouvrent des perspectives intéressantes sur la reconstruction de cibles ponctuelles. Il semble cependant que cette méthode soit difficilement applicable à un milieu statistiquement diffusant.

...

A.III.b. - Méthode proposée

La méthode de reconstruction présentée ici va supposer l'existence d'une source référence placée au voisinage du milieu à reconstruire. Nous avons vu (A.I.a.) que les milieux biologiques présentent des variations de célérité pouvant incurver notablement les rayons acoustiques : aussi le modèle de l'écran mince ne peut être appliqué sans précaution.

Grâce à cette source de référence, nous pouvons définir, entre chaque élément d'une mosaïque de transducteurs émetteurs-récepteurs et la référence, une célérité moyenne et une absorption moyenne, grâce à la connaissance de la réponse impulsionnelle du milieu (qui permet aussi d'établir la loi d'absorption).

Le milieu situé au voisinage de la source référence aura à vérifier les hypothèses suivantes :

- variations faibles de c telles qu'au 1e ordre $\bar{c}$ = cste
- variations faibles de ε

En revanche, il n'y a aucune hypothèse à formuler sur le reste du milieu de propagation qui se comporte comme la "boîte noire" des réseaux électriques.

De la sorte, un calcul de type perturbation peut s'envisager.

Nous montrons en annexe (D.V.) comment tenir compte de la courbure des rayons dans ce cas : elle n'intervient que par des erreurs d'orientations, sans déformation d'image.

...

A.III.c. - Application au domaine médical

Montrons que la méthode par référence peut facilement s'adapter aux analyses médicales.

Tout d'abord, les hypothèses sont justifiées : les plus fortes dégradations des images acoustiques sont dûes à la traversée de la peau et de la ceinture musculaire et l'on peut admettre ensuite que les caractéristiques acoustiques des tissus varient localement d'une manière lente et faible.

Ensuite, une source de référence peut facilement être introduite dans certaines portions du système digestif : dans l'estomac ou par voie rectale.

Remarquons cependant qu'il serait nettement plus confortable pour le patient et aussi plus aisé de proposer un algorithme de reconstruction qui tiendrait compte d'une référence "passive" : cela pourrait être un écho sur la colonne vertébrale ou sur une cible connue,avalable.

Ainsi, l'on n'aurait plus à faire l'hypothèse de célérité homogène propre à l'échographie. D'autre part, les facilités actuelles d'acquisitions de données -par le biais de convertisseurs analogiques-numériques dont la fréquence d'échantillonnage est suffisamment élevée eu égard aux fréquences utilisées- et de traitements informatiques ouvrent la voie à des algorithmes traitant avec le signal et non son enveloppe. De ce fait, l'on pourrait espérer beaucoup de cette méthode qui garderait l'esprit et la simplicité de l'examen échographique.

...

PARTIE B

- SIMULATIONS -

- RESULTATS EXPERIMENTAUX -

La seconde partie de cette thèse se divise en deux chapitres.

Le premier chapitre (B.I.) présente des résultats obtenus par des simulations sur ordinateur, portant sur une chaîne acoustique élémentaire : émetteur-cible-récepteur en milieu d'atténuation proportionnelle à la fréquence.

Les conclusions tirées permettent d'aborder le stade expérimental en connaissant une partie des difficultés.

Le second chapitre (B.II.) est l'objet de la reconstruction de cibles dans le cadre de la R.A.R. (Reconstruction Avec Référence). Les résultats -bien que très succints- semblent augurer du bien fondé de cette méthode.

...

B.I. - SIMULATION D'UNE MOSAIQUE EN MILIEU ABSORBANT

Ce chapitre traite de la simulation d'une mosaïque en milieu d'absorption similaire à celle des tissus ($\alpha \sim \omega$). Cette mosaïque est simulée par deux petits transducteurs que l'on peut déplacer sur une portion de plan.

Dans ce milieu, nous modélisons la diffusion par une petite cible sphérique, puis la fonction de transfert et la réponse impulsionnelle pour la chaîne acoustique suivante :

transducteur émetteur $\not\asymp$ milieu ($\alpha \sim \omega$) $\not\asymp$ petite cible isotrope $\not\asymp$ milieu ($\alpha \sim \omega$) $\not\asymp$ transducteur récepteur.

Pour diverses positions de la cible vis-à-vis des transducteurs, sont menées des simulations sur ordinateur. Elles permettent de mettre en évidence l'importance de certains paramètres (diamètre des transducteurs, absorption) et leur conséquence sur le problème inverse.

B.I.a. - Fonction de transfert et réponse impulsionnelle de la chaîne acoustique

1°) Description de la chaîne

La mosaïque est simulée par deux transducteurs identiques : T^A et T^B, l'un pour l'émission, l'autre pour la réception, le théorème de réciprocité nous permettant de ne pas spécifier lequel émet et lequel reçoit.

...

Leurs caractéristiques sont :

- $Z_c = 20,00\ 10^6\ Kg/m^2.S$: impédance acoustique de la céramique

- $Z_b = 14,76\ 10^6\ Kg/m^2.S$: impédance acoustique du backing

- $\nu = 2,25$ MHz

- $k_t = 0,32$: coefficient de couplage

- $\varepsilon_{33}/\varepsilon_o = 266$: perméabilité relative

- $\rho_c = 6,2\ 10^3\ Kg/m^3$: masse volumique de la céramique

- $a = 1,5\ 10^3$ m : rayon et D = 2a

Ils n'ont point de couches frontales d'adaptation.

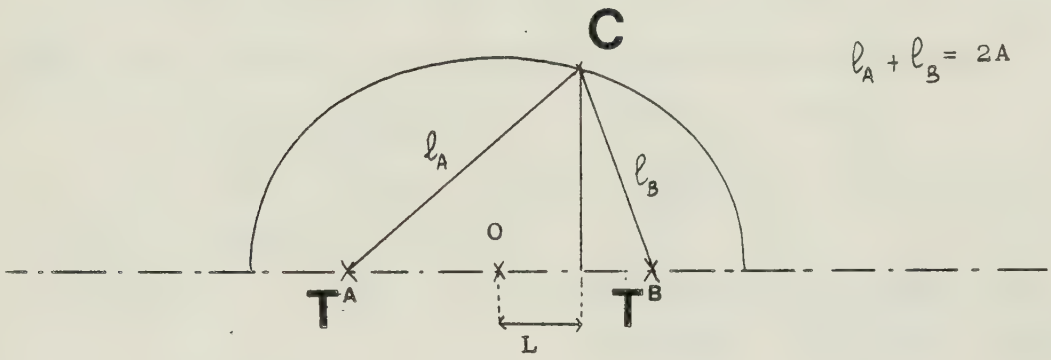
- L_T est la distance entre les deux transducteurs
- Q_O est le plan sur lequel ils se déplacent

Le milieu dans lequel se trouve la cible a pour impédance acoustique celle de l'eau. Son coefficient d'absorption varie linéairement avec la fréquence.

La cible est une petite sphère rigide de rayon $R \ll \lambda$ repérée par sa profondeur z du plan Q_O des transducteurs et par L_A et L_B : distances entre sa projection sur Q_O et chaque transducteur.

...

Pour nos simulations, la cible se déplace sur une ellipse $\mathcal{E}$, située dans le plan contenant les transducteurs et perpendiculaire à Q_o, de foyers T^A et T^B, définie par son demi-grand axe A. Toute cible C, située sur cette ellipse, aura un temps de vol constant :



la cible sera alors repérée par L : distance entre sa projection sur Q_o et le point O situé entre les deux transducteurs.

2°) Cas général

Nous cherchons ici à établir une relation entre tension d'émission $V^{(1)}$ et tension reçue $V^{(2)}$ sans autre apporoximation que $R \ll \lambda$.

Nous noterons :

- $\prod^{(i)}(x,y,z,t)$: potentiel des vitesses en (x,y,z) à l'instant pour une source "piston" (i) dont le mouvement correspond à une vitesse = $\delta(t)$

- $\prod_A^{(i)}(x,y,z,t)$: potentiel des vitesses pour la même sources (i) que ci-dessus en milieu absorbant

...

$H^{(i)}_{(x,y,z,t)} = \rho \frac{\partial \Pi^{(i)}}{\partial t}$ pression créée par la même source

- $V^{(1)}(t)$, $V^{(2)}(t)$: tensions émise et reçue
- $F^{(i)}(t)$: force sur le transducteur (i)
- $v^{(i)}(t)$: vitesse sur le transducteur (i)
- $P^{(i)}(t)$: pression sur le transducteur (i)

Pour une petite sphère rigide, nous pouvons écrire [23] :

$$\hat{F}^{(2)} = \frac{j \pi k R^3}{c \rho} \frac{2}{3} \hat{H}_0^{(1)} \hat{H}_0^{(2)} \hat{v}^{(1)}$$

(1): transducteur émetteur

(2): transducteur récepteur

Comme

$$H_0^{(i)} = \rho \frac{\partial \Pi}{\partial t} \Rightarrow \hat{H}_0^{(i)} = j \rho \omega \hat{\Pi}^{(i)}$$

$$\hat{F}^{(2)} = - j \omega^3 \frac{\pi \rho R^3}{c^2} \frac{2}{3} \hat{\Pi}^{(1)} \hat{\Pi}^{(2)} \hat{v}^{(1)}$$

et

$$F^{(2)} = \frac{\pi \rho R^3}{c^2} \frac{2}{3} \Pi^{(1)} * \Pi^{(2)} * v^{(1)} * \delta'''$$

comme

$$P^{(i)} = \frac{F^{(i)}}{\sigma} \qquad \sigma = \text{aire des transducteurs} = \pi a^2$$

$$v^{(i)} = \frac{P^{(i)}}{\rho c}$$

...

nous pouvons écrire :

$$\hat{P}^{(2)} = -j\omega^3 \frac{\pi R^3}{c^3 \sigma} \frac{2}{3} \hat{\Pi}^{(1)} \hat{\Pi}^{(2)} \hat{P}^{(1)}$$

et $$P^{(2)} = \frac{\pi R^3}{c^3 \sigma} \frac{2}{3} \Pi^{(1)} * \Pi^{(2)} * P^{(1)} * \delta'''$$

Nous savons [27] que, dans le cas d'un piston de rayon a dont le mouvement correspond à un δ-vitesse, le potentiel des vitesses Π (x,y,z) en (x,y,z) est donné par l'expression :

$$\Pi = \begin{cases} 0 & \text{si } a^2 < \left(r - \sqrt{c^2t^2 - z^2}\right)^2 \\ \frac{c}{\pi} \operatorname{Arcos} \frac{r^2 + c^2t^2 - z^2 - a^2}{2r\sqrt{c^2t^2 - z^2}} & \text{si } \left(r - \sqrt{c^2t^2 - z^2}\right)^2 < a^2 < \left(r + \sqrt{c^2t^2 - z^2}\right)^2 \\ c & \text{si } \left(r + \sqrt{c^2t^2 - z^2}\right)^2 < a^2 \end{cases}$$

et

$$\hat{\Pi} = ac \int_0^\infty \frac{J_1(\beta a)\, J_0(\beta r)}{\sqrt{\beta^2 c^2 - \omega^2}} e^{-z\sqrt{\beta^2 c^2 - \omega^2}} d\beta$$

avec $$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Π vérifie évidemment l'équation de propagation du problème de Cauchy.

...

Nous pouvons donc, dans l'hypothèse d'un milieu dont l'absorption est proportionnelle à la fréquence, appliquer le résultat A.II.d.2. :

$$\Pi_A = \int_{\ell_{min}}^{\ell_{max}} \Pi\left(t=\frac{\ell}{c}\right) \underset{\ell}{A}\left(t-\frac{\ell}{c}\right) d\ell = \Pi \overset{M}{*} h$$

où

$$\ell_{min} = \begin{cases} \left(z^2+(r-a)^2\right)^{1/2} & \text{si } r > a \\ z & \text{si } r < a \end{cases}$$

$$\ell_{max} = \left(z^2+(r+a)^2\right)^{1/2}$$

$$\underset{\ell}{A}(t) = \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon \ell}{\varepsilon^2 \ell^2 + c^2 t^2}$$

$$h(t) = \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + (t-1)^2}$$

Nous prendrons pour les transducteurs une modélisation dérivée du modèle de Mason, selon l'approximation de Cook-Redwood [28] .

Pour un transducteur émetteur, nous pouvons alors écrire :

$$\frac{\widehat{F}^{(1)}}{\widehat{V}^{(1)}} = \frac{\rho c T_L h_t \sqrt{\varepsilon_{33}^S}}{2e\sqrt{\rho c}} \pi a^2 g(\omega)$$

....

et pour un transducteur récepteur :

$$\frac{\hat{V}^{(2)}}{\hat{F}^{(2)}} = \frac{1}{j\omega} \frac{T_L\, h_t \sqrt{\varepsilon_{33}^S}}{e\sqrt{\rho_c}} \frac{1}{C_0}\, g(\omega)$$

avec

$$g(\omega) = \frac{1 - T_B\, e^{-j\omega\tau} + R_B\, e^{-2j\omega\tau}}{1 - R_L R_B\, e^{-2j\omega\tau}}$$

e = épaisseur de la céramique

$$C_0 = \frac{\varepsilon_{33}^S}{e}\, \pi a^2$$

T_B, R_B = coefficients de transmission et de réflection entre céramique et backing

T_L, R_L = coefficients de transmission et de réflection entre céramique et milieu

Nous obtenons alors :

$$\frac{\hat{V}^{(2)}}{\hat{V}^{(1)}} = \frac{\hat{F}^{(2)}}{\hat{F}^{(1)}} \frac{\rho c\, T_L^2\, h_t^2}{2e\,\rho_c} \left(g(\omega)\right)^2 \frac{1}{j\omega} = \frac{\hat{p}^{(2)}}{\hat{p}^{(1)}}\, \hat{G}\, \frac{1}{j\omega}$$

$$\hat{G} = \left(g(\omega)\right)^2 \frac{\rho c\, T_L^2\, h_t^2}{2e\,\rho_c}$$

...

$G(t)$ est alors une somme de distributions de Dirac [28].

Nous écrivons enfin :

$$P^{(1)} * V^{(2)} = P^{(2)} * G * Y * V^{(1)}$$

où Y = fonction d'Heaviside

Notons que dans le cas d'une chaîne acoustique où les deux transducteurs se font face et sont aussi rapprochés que possible :

$$V^{(2)} = G * Y * V^{(1)} = \widetilde{G}_e * \widetilde{G}_r * V^{(1)}$$

où $\widetilde{G}_e$ = réponse acoustoélectrique en émission
$\widetilde{G}_r$ = réponse acoustoélectrique en réception

Nous obtenons alors l'expression finale de notre chaîne acoustique :

$$\widehat{V}^{(2)} = -\omega^2 \frac{\pi R^3}{c^3 \sigma} \frac{2}{3} \widehat{\Pi}_A^{(1)} \widehat{\Pi}_A^{(2)} \widehat{G} \widehat{V}^{(1)} \qquad \text{(B.I.a.1)}$$

$$V^{(2)} = \frac{\pi R^3}{c^3 \sigma} \frac{2}{3} \Pi_A^{(1)} * \Pi_A^{(2)} * G * V^{(1)} * \delta'' \qquad \text{(B.I.a.2)}$$

...

- Cas de petits transducteurs avec cible en champ lointain

$z > \frac{a^2}{\lambda}$ Dans le cas de petits transducteurs en champ lointain et pour $r > a$, ces résultats peuvent se réduire à une forme plus simple (voir annexe D.VI) :

$$\widehat{\Pi}_A = \widehat{\Pi}\, e^{-\varepsilon \frac{|\omega|}{c} \bar{\ell}}$$

avec $\bar{\ell} = (z^2 + r^2)^{1/2}$

$$\Pi_A = \Pi * \frac{A}{\bar{\ell}} . c$$

où la convolution de Mellin est remplacée par une vraie convolution.

$$\Pi \simeq \frac{c}{\pi} \frac{a}{r} \sin\varphi \qquad \text{où } \cos\varphi = \frac{\bar{\ell}(ct - \bar{\ell})}{ar}$$

si $ct \in [\ell_{min} ; \ell_{max}]$

et $$\widehat{\Pi} \simeq \frac{a^2}{\bar{\ell}} \frac{\bar{J}_1(\pi t_s \nu)}{\pi t_s \nu} e^{2j\pi \frac{\bar{\ell}}{c} \nu} \qquad \text{(B.I.a.3)}$$

$t_s = 2 \frac{ar}{c\bar{\ell}}$ est à peu près égal à la durée du signal émis par le piston

...

Il apparaît donc souhaitable d'utiliser, pour la reconstruction, des transducteurs de très faible diamètre. En effet, nous savons que J_1 est une fonction pseudo-périodique faiblement décroissante. De ce fait, la directivité devient faible, (B.I.a.3) pouvant aussi s'écrire :

$$\frac{1}{\rho} \frac{J_1(\beta \sin\theta)}{\sin\theta}$$

avec $\beta = \frac{2\pi a}{c} \gamma$ et $\sin\theta = \frac{r}{\ell}$

d'autant plus faible que β est petit.

Cette faible directivité est nécessaire si l'on ne veut pas trop privilégier les cibles situées sur l'axe de l'un des transducteurs.

B.I.b. - Résultats des simulations

1°) Programmes utilisés

Deux programmes ont été testés : l'un dans le domaine temporel, l'autre dans le domaine fréquentiel.

L'expression (B.I.a.2) donne $V^{(2)}(t)$ en fonction de $V^{(1)}(t)$ par le biais de convolution (et de Mellin-convolution) et le calcul peut être mené sans approximation (a peut être quelconque). Pour éviter la modélisation du δ'' (il faut éviter les dérivations numériques, sources d'erreur), nous avons choisi un signal électrique dont la dérivée seconde est bornée. Cependant, l'on ne peut en restant dans l'espace des temps obtenir la réponse impulsionnelle.

...

Le programme dans le domaine fréquentiel se fonde sur l'expression (B.I.a.2) et donne directement la fonction de transfert. Ce n'est que dans le cas où le milieu est absorbant (l'exponentielle décroissante fait tendre vers 0 l'expression pour les fréquences tendant vers l'infini) qu'une T.F.R. donne l'expression de la réponse impulsionnelle.

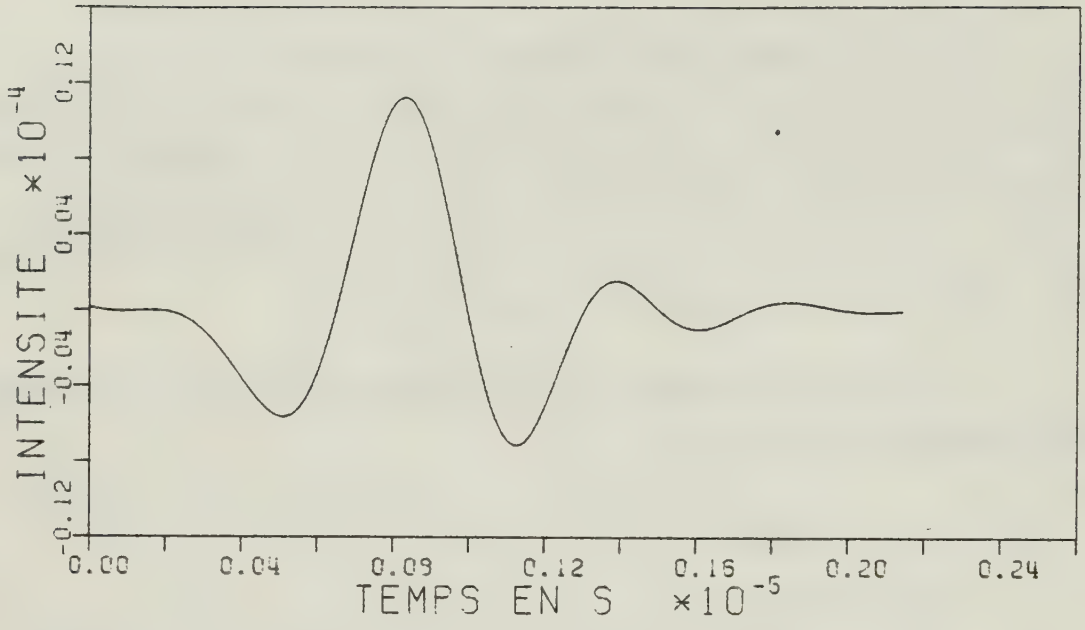
Nous avons comparé ces deux programmes dans la configuration géométrique suivante :

- z = 100 mm
- L_t = 30 mm
- L = 0 mm

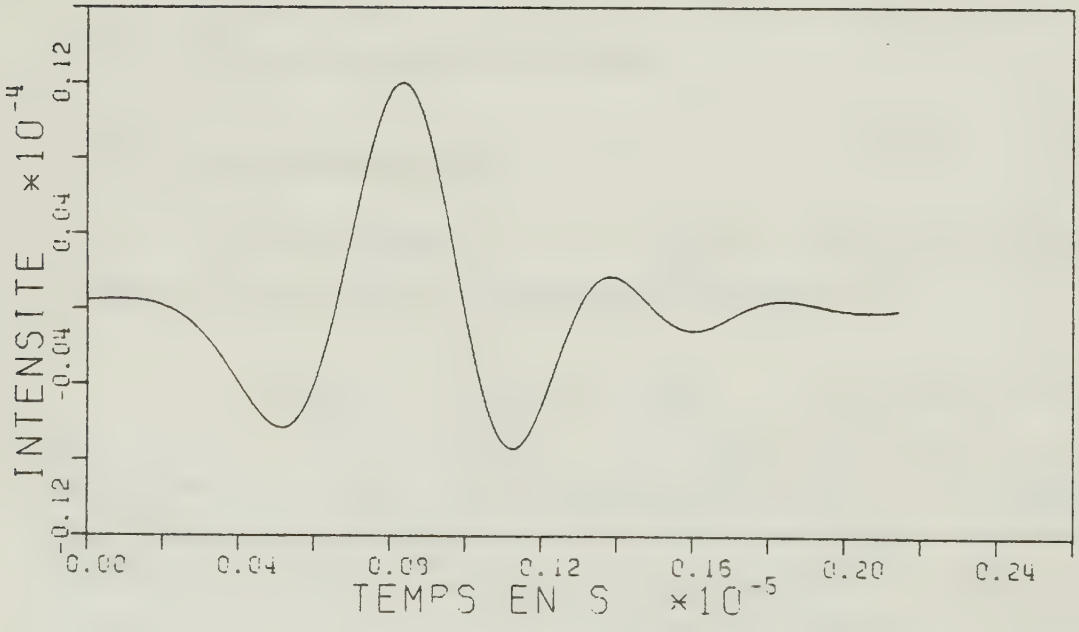
et pour le signal $V^{(1)}(t)$:

$$V^{(1)}(t) = 100 \sin^3 \omega t \qquad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega}$$

$$V^{(1)}(t) = 0 \qquad \text{ailleurs}$$



Programme dans l'espace des temps



Programme dans l'espace des fréquences

Les allures sont très ressemblantes et les écarts entre maxima n'excèdent pas 8 %.

Les approximations faites dans les simulations présentées ici rendent la seconde méthode beaucoup plus rapide. Aussi est-ce celle-ci que nous utiliserons désormais.

2°) Simulations

Nous présentons la fonction de transfert, représentée en perspective tridimensionnelle, pour :

- ν = 1 db/cm/MHz
- A = 100 mm
- L $\in$ [- 60 mm ; 60 mm] au pas de 2 mm
- échelle des fréquences : [0 ; 5 MHz]

dans les deux cas suivants :

L_t = 30 mm F.B.I.1
L_t = 40 mm F.B.I.2

Des courbes plus quantitatives de la fonction de transfert et de la réponse impulsionnelle sont tracées pour certaines valeurs de L (L = 0, 10 mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm et 50 mm).

Plusieurs points importants peuvent être soulignés sur ces simulations.

Tout d'abord, l'importance de l'effet de diffraction, renforçant d'autant plus les fréquences basses que l'on s'écarte ici, de la zone située entre les transducteurs.

...

Ensuite, un renforcement notable de l'écho lors du passage de la cible devant l'un des transducteurs.

Enfin, la zone où les échos sont les plus importants peut être définie comme l'espace compris entre les deux transducteurs à condition que ceux-ci soient suffisamment petits. En dehors de cette zone, l'amplitude et l'énergie décroissent.

L'importance de l'effet de l'absorption est mise en relief par la simulation faite dans la configuration suivante :

- μ = 2 db/cm/MHz
- A = 100 mm
- L_t = 30 mm

F.B.I.3

Par comparaison avec la simulation F.B.I.1 (μ = 1 db/cm/MHz), l'effet de filtrage et la durée de la réponse impulsionnelle croissent assez rapidement avec l'absorption.

Enfin, l'influence du diamètre du transducteur s'analyse en étudiant la simulation faite dans la configuration de la simulation F.B.I.1, c'est-à-dire :

- μ = 1 db/cm/MHz
- A = 100 mm
- L_t = 30 mm

F.B.I.4

avec un transducteur de rayon a = 5 mm.

Elle montre la nécessité d'utiliser des transducteurs de faible diamètre pour la reconstruction.

En effet, on peut voir (et démontrer) qu'en fixant les autres paramètres géométriques et acoustiques, l'accroissement du rayon des transducteurs se traduit :

- par un renforcement des hautes fréquences lorsque la cible se trouve au voisinage de l'axe de l'un des transducteurs ;

- par un décalage global du spectre vers les basses fréquences.

Ce dernier effet est une cause de perte de résolution.

B.I.c. - Conclusion

Les calculs présentés ici, illustrés par quelques représentations établies sur ordinateur, permettent de mieux se rendre compte de la diffusion d'une cible en milieu absorbant.

Certains points importants ont pu être ainsi soulignés :

- nécessité d'utiliser de petits transducteurs ;

- effet de filtrage caractéristique dû à la diffraction ;

- effet de filtrage dû à l'absorption (décalage vers les basses fréquences).

D'autre part, l'expression B.I.a.2 peut s'établir au voisinage d'une configuration donnée pour de faibles variations de célérité, d'absorption et de profondeur.

...

En effet, on peut montrer (annexe D.VII) :

$$\Pi_A\left(c+\delta c,\ \varepsilon+\delta\varepsilon,\ z+\delta z\right) = \left(1+\frac{\delta c}{c}\right)\left(\delta(t)-\left(\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}+\frac{\delta z}{z}\cos^2\theta\right)\frac{\varepsilon\bar{\ell}}{\pi t^2}\right)$$

$$* \frac{A}{\bar{\ell}}(t,\varepsilon) * \Pi(c,z,r) * \delta\left(t+\frac{\delta c}{c}t-\cos\theta\frac{\delta z}{c}-\sin\theta\frac{\delta r}{c}\right)$$

avec $\cos\theta = \frac{z}{\bar{\ell}}$

Ce développement au premier ordre peut alors être utilisé, dans un milieu où l'on ferait l'hypothèse que les paramètres acoustiques varient lentement d'un point à un autre.

La connaissance de la réponse impulsionnelle en un point de ce milieu permet alors une estimation de celle-ci au voisinage du point considéré.

...

B.II. - RECONSTRUCTION AVEC L'AIDE D'UNE REFERENCE

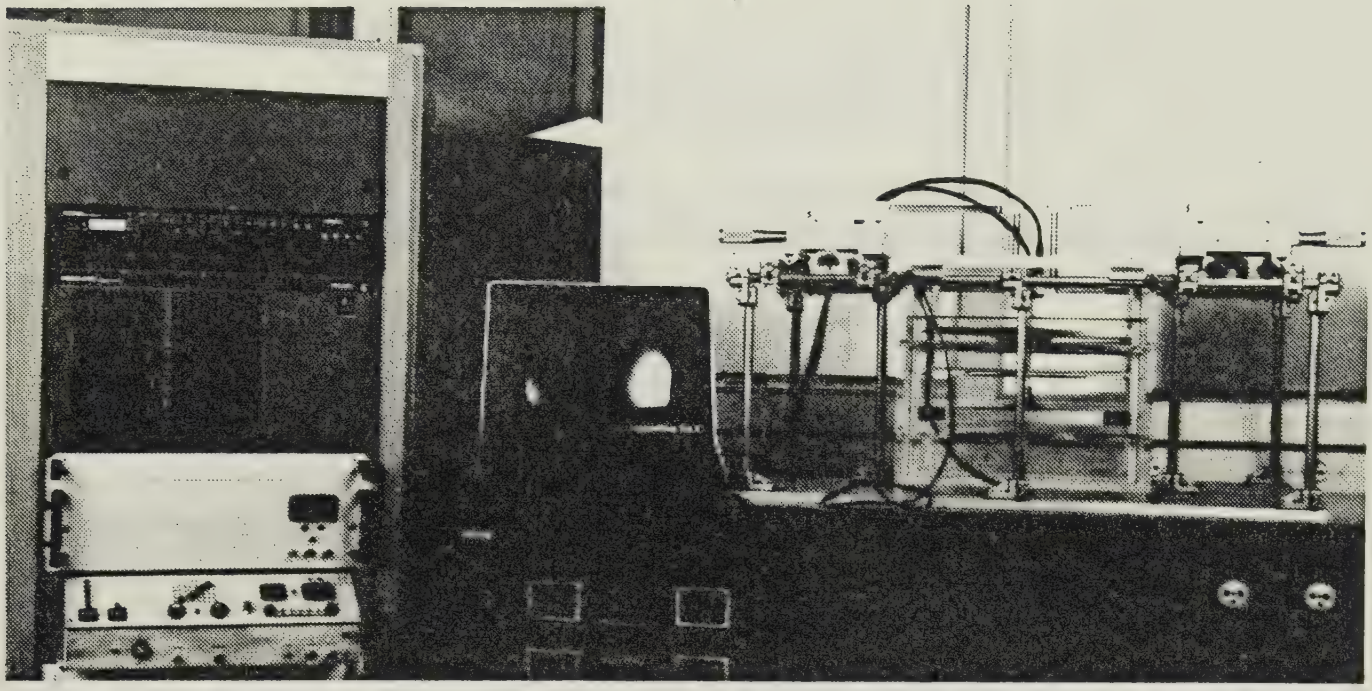
Ce chapitre décrit la mise en oeuvre de la technique de reconstruction avec l'aide d'une référence (R.A.R).

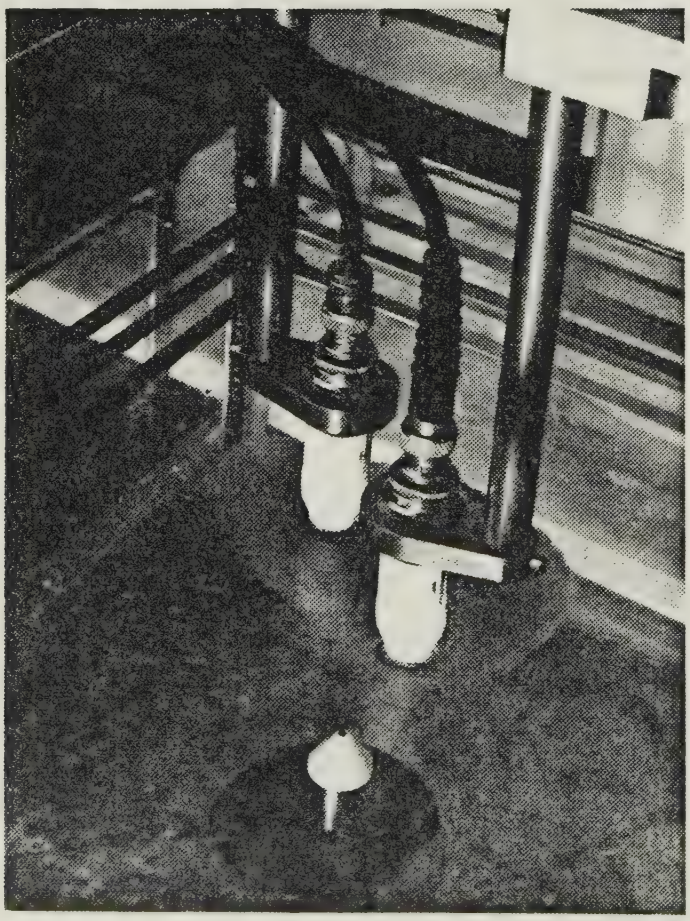
Le milieu de propagation sera l'eau, avec une éponge servant de milieu perturbateur sur lequel on ne sait a priori rien.

La référence est un petit transducteur utilisé ici en récepteur -le théorème de réciprocité stipulant que la situation est équivalente au cas où nous l'utiliserions en émetteur.

Les cibles sont des cibles de type ponctuel. Nous n'envisagerons point ici le cas d'un milieu statistiquement diffusant qui serait une meilleure approche de la propagation dans les tissus. Ce cas plus réaliste serait l'étape suivante à entreprendre. Cependant, le cas des cibles ponctuelles permet plus aisément une illustration de la méthode R.A.R.

...





B.II.a. - Description du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental utilisé se compose :

- d'une cuve à eau, dans laquelle sont placés cibles, référence et milieu perturbateur ;

- d'un bâti mécanique permettant de déplacer une paire de transducteur à la surface de l'eau, simulant ainsi une mosaïque ;

- d'un système d'émission et d'acquisition établi autour d'un mini-ordinateur Philips P851.

Plusieurs photos permettent de se représenter ce système.

1°) Le bâti mécanique

Celui-ci se compose de deux bras mobiles où sont fixés les transducteurs, permettant leur déplacement horizontal selon deux axes (Ox et Oy) à la surface de l'eau.

La position est connue à 1/100 mm près (platine Micro Contrôle) selon l'axe Ox, à 1/10 mm près selon l'axe Oy (vis sans fin au pas de 2 mm).

Par ce biais, on simule une mosaïque : chaque couple de points correspondant à deux éléments d'une mosaïque pouvant être exploré.

Une restriction cependant : du fait de l'encombrement des transducteurs et des bras, la distance minimale entre transducteurs est de 30 mm.

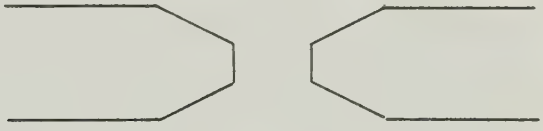
...

2°) Les transducteurs

Ce sont des transducteurs commerciaux (Aerotech MLB 22 BN non focalisés) de fréquence 2,25 MHz et de diamètre D = 6 mm.

Eu égard aux simulations présentées (§ B.I.), ce diamètre peut sembler trop élevé. Cependant, vu que dans cette expérience, les cibles seront toujours positionnées entre les transducteurs et jamais situées sur l'axe de l'un d'entre eux, les signaux échographiques seront toujours d'amplitude comparable.

Ces transducteurs ont une réponse acousto-électrique que, pour des raisons de délai, nous n'avons point cherché à modéliser. Aussi, nous n'envisagerons que la réponse acousto-électrique de la chaîne :

émetteur  récepteur

que nous avons obtenu expérimentalement pour la tension d'émission $V^{(1)}(t)$ choisie pour toutes les expériences :

$$V^{(1)}(t) = \begin{cases} V & 0 < t < T/2 \\ -V & T/2 < t < T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \qquad T = \frac{1}{\nu}.$$

...

Cette réponse $\widetilde{G}(t)$ s'écrit :

$$\widetilde{G}(t) = \widetilde{G}^r(t) * \widetilde{G}^e(t) * V^{(1)}(t)$$

$V^{(1)}(t)$ = tension d'émission

$\widetilde{G}^r(t)$ = réponse acoustoélectrique en réception

$\widetilde{G}^e(t)$ = réponse acoustoélectrique en émission

Cette réponse et son spectre sont illustrés en F.B.II.1.

La réponse de diffraction de ces transducteurs (c'est-à-dire la fonction $\Pi^*(x,y,z,t)$ telle que -par analogie avec (B.I.a.2)- :

$$V^{(2)} = \frac{\pi R^3}{c^3 \sigma} \frac{2}{3} \Pi^{*(1)} * \Pi^{*(2)} * G * \delta'' * V^{(1)}$$

pour une cible sphérique de rayon $R \ll \lambda$) est assimilable à la réponse d'un piston (§ B.I.a.2) de rayon a = 2,65 mm.

Nous avons obtenu ce résultat en excitant le transducteur par un train d'onde (pour se placer dans un cas quasi-monochromatique) et en cherchant la distance du premier zéro dans un plan z = cste qui est donné par la formule, déduite de B.I.a.3 :

$$r = 1{,}22 \frac{c\bar{\ell}}{2av}$$

...

3°) La référence

Elle consiste en un petit transducteur aiguille "DAPCO" dont le spectre a une allure constante aux fréquences utilisées. Nous supposerons -hypothèse audacieuse peut-être- que sa fonction de directivité reste constante aux angles considérés ici.

Utilisé en réception, il donne, pour chaque chemin acoustique correspondant à chaque position des transducteurs, la fonction de transfert du milieu. De celle-ci, on peut déduire :

- la loi d'absorption moyenne
- la célérité moyenne

} pour le chemin acoustique considéré

4°) La cible

Le choix de la cible fut le point le plus délicat et même hasardeux de cette expérience. Pour illustrer la méthode R.A.R., nous avions décidé de nous restreindre au cas de diffuseurs ponctuels.

La sphère métallique était écartée d'office : il se crée, en effet, un couplage acoustique entre celle-ci et son support (un fil nylon ou tungstène), engendrant des ondes non négligeables.

Le milieu ambiant (eau) exigeant un mode de fixation, il fallut chercher un autre type de cible, les critères de choix étant :

- faible couplage avec le fil de suspension ;
- réponse isotrope (ou à peu près isotrope) ;
- réponse impulsionnelle la plus brève possible.

...

Nous nous sommes alors orientés vers des cibles sphériques d'impédance acoustique proche de celle de l'eau, pouvant être considérées comme une distribution aléatoire de cibles ponctuelles telle une structure de tissu, laine... ou graine !

Après tâtonnement, la graine de colza (diamètre $\simeq$ 1,5 mm) a donné satisfaction : elle est presque facile à placer sur un fil nylon de 6/100 mm (dont l'écho est noyé dans le bruit de fond) et son diagramme de directivité présente une certaine isotropie (si la graine est à peu près sphérique). Sa fonction de transfert $L_c(t)$, non modélisée, est une donnée expérimentale de cette étude.

Nous poserons d'ailleurs :

$$\tilde{L}(t) = L_c(t) * \tilde{G}(t)$$

($\tilde{L}(t)$ contient tous les paramètres non modélisés).

Seul grave inconvénient de la graine de colza : sa rapidité à germer sous l'influence des ultrasons.

Ces cibles sont positionnées dans un plan situé à environ 86 mm du plan des transducteurs. Le Dapco référence étant placé à z = 90 mm.

Notons aussi que nous avons eu des difficultés à trouver des graines de diamètre identique (il y a une tolérance de 0,2 mm dans la mesure de celui-ci) et à percer ces graines selon leur diamètre (erreur de 0,5 mm possible).

...

5°) Le milieu perturbant

C'est une éponge disposée entre les transducteurs et la cible. Sa loi d'absorption, ne présentant pas les caractéristiques requises ($\alpha \sim \omega$), n'a pas été modélisée : elle est d'ailleurs faible.

En revanche, les variations de célérité sont importantes (jusqu'à 4 %). Une carte des célérités entre diverses positions des transducteurs et la référence est présentée en F.B.II.2.

6°) Le système d'acquisition

Le signal reçu est amplifié et échantillonné (9 bits, 20 MHz) puis enregistré sur le floppy du P851. Reste ensuite à exécuter une procédure de transfert pour traiter les fichiers sur l'IBM 4341 du LEP.

B.II.b. - Reconstruction : mise en équation

L'étude de la reconstruction est restreinte au cas où les cibles sont identiques, ponctuelles et ont une fonction de diffusion isotrope. Les transducteurs sont situés en $(X_1, Y_1, Z_1 = 0)$ et $(X_2, Y_2, Z_2 = 0)$.

Pour une de ces cibles, le signal reçu s'écrit :

$$V(t) = \Pi^{*(1)} * \Pi^{*(2)} * \tilde{G}_r * \tilde{G}_e * L_c * V^{(1)}$$

où : $L_c(t)$ = réponse impulsionnelle (isotrope) de la cible
$\Pi^{*(i)}$ = réponse de diffraction du transducteur (i)

...

Nous avons expérimentalement montré que l'on pouvait modéliser Π^* par la fonction Π , définie en B.I.a.2 :

$$\Pi = \begin{cases} 0 & \text{si } a^2 < \left(r - \sqrt{c^2t^2 - z^2}\right)^2 \\ \frac{c}{\pi} \operatorname{Arcos} \frac{r^2 + c^2t^2 - z^2 - a^2}{2r\sqrt{c^2t^2 - z^2}} & \text{si } \left(r - \sqrt{c^2t^2 - z^2}\right)^2 < a^2 < \left(r + \sqrt{c^2t^2 - z^2}\right)^2 \\ c & \text{si } \left(r + \sqrt{c^2t^2 - z^2}\right)^2 < a^2 \end{cases}$$

avec $a = 2{,}65$ mm

d'où :

$$V(t) = \Pi^{(1)} * \Pi^{(2)} * \left(\tilde{G}_r * \tilde{G}_e * L_c * V^1 \right)$$

$$= \Pi^{(1)} * \Pi^{(2)} * \tilde{L}(t)$$

D'après nos hypothèses sur la cible choisie, $\tilde{L}(t)$ est une fonction indépendante de la position de la cibles et des positions des transducteurs. $\tilde{L}(t)$ ne dépend que de la loi de diffusion des cibles (supposée identique pour toutes les cibles) de la réponse acousto-électrique des transducteurs et du signal d'émission. C'est un invariant de l'espace géométrique.

$V(t)$ est fonction des positions de la cible et des transducteurs uniquement par le biais des fonctions $\Pi^{(1)}$ et $\Pi^{(2)}$.

...

Dans le cas de n cibles, situées en (x_n, y_n, z_n), on a :

$$V(t) = \tilde{L}(t) * \left\{ \sum_n \Pi^{(1)}(x_n, y_n, z_n, t) * \Pi^{(2)}(x_n, y_n, z_n, t) \right\}$$

Définissons $\overline{\Pi}^{(j)}$ par : $(j = 1 \text{ ou } 2)$

$$\Pi^{(j)} = \overline{\Pi}^{(j)} * \delta\left(t - \frac{\ell_n^{(j)}}{c}\right)$$

avec

$$\frac{\ell_n^{(j)}}{c} = \frac{1}{c} \left\{ (X_j - x_n)^2 + (Y_j - y_n)^2 + (Z_j - z_n)^2 \right\}^{1/2}$$

de sorte que $\overline{\Pi}^{(j)}$ soit, à peu près, le translaté de $\Pi^{(j)}$ au voisinage de l'origine des temps.

On a alors :

$$V(t) = \tilde{L}(t) * \left\{ \sum_n \overline{\Pi}^{(1)} * \overline{\Pi}^{(2)} * \delta\left(t - \frac{\ell_n^{(1)}}{c_{1n}} - \frac{\ell_n^{(2)}}{c_{2n}}\right) \right\}$$

La célérité du milieu n'étant pas homogène, il est nécessaire de paramètrer celle-ci par deux indices :

- 1,2 définissant le transducteur
- n définissant la cible

...

et C_{jn} étant, en réalité, une célérité moyenne définit à partir du temps de vol θ_n^j entre le transducteur j et la cible :

$$C_{jn} = \frac{\ell_n^j}{\theta_n^j}$$

Considérons maintenant le cas d'une mosaïque de transducteurs et paramètrons les couples de transducteurs possibles par l'indice i :

$$\left\{ \left(X_1^i, Y_1^i, Z_1^i, X_2^i, Y_2^i, Z_2^i \right) \right\}$$

Il sera alors nécessaire de paramètrer la célérité par trois indices : C_{jn}^i

où i est l'indice du couple de transducteurs considéré
j définit le transducteur
n définit la cible

Posant :

$$\theta_{ni} = \frac{1}{C_{1n}^i} \left\{ \left(X_1^i - x_n \right)^2 + \left(Y_1^i - y_n \right)^2 + \left(Z_1^i - z_n \right)^2 \right\}^{1/2}$$

$$+ \frac{1}{C_{2n}^i} \left\{ \left(X_2^i - x_n \right)^2 + \left(Y_2^i - y_n \right)^2 + \left(Z_2^i - z_n \right)^2 \right\}^{1/2}$$

...

On obtient pour le i-ème couple :

$$V_i = \tilde{L}(t) * \left\{ \sum_m \overline{\overline{\Pi}}_i^{(1)} * \overline{\overline{\Pi}}_i^{(2)} * \delta(t - \theta_{mi}) \right\} \quad \text{(B.II.b.1)}$$

Connaissant expérimentalement $\tilde{L}(t)$, la première étape à entreprendre serait de calculer V_i^* :

$$V_i^* = V_i \overset{-1}{*} \tilde{L}(t) \quad .$$

Ce qui rendrait le résultat de la reconstruction indépendant de la réponse acousto-électrique des transducteurs utilisés de la réponse des cibles et du signal d'émission choisi.

Pour de multiples raisons (difficultés d'estimation de $\tilde{L}(t)$, graines non identiques, temps !...), nous ne l'avons pas entreprise. Notons cependant que, dans notre cadre expérimental où les cibles sont ponctuelles et pas trop proches les unes des autres, la non réalisation de cette étape n'était pas très pénalisante.

<u>Une première méthode</u> de focalisation synthétique peut s'effectuer, d'après B.II.b.1, pour viser le point (x_m, y_m, z_m).

D'abord poser :

$$c^i_{jm} = c^i_j = c^i_{j\,ref}$$

où $c^i_{j\,ref}$ est la célérité moyenne calculée à partir du temps de vol entre référence et transducteur connu expérimentalement.

...

Nous supposons, pour cela, que la célérité moyenne varie peu au voisinage de la référence.

Ensuite, effectuer une focalisation synthétique, corrigée des variations de célérité entre éléments de la mosaïque, sur le point (x_m, y_m, z_m) en calculant $W_m(t)$:

$$W_m(t) = \sum_i V_i * \delta(t + \theta_{mi}) \qquad \text{(B.II.b.2)}$$

où

$$\theta_{mi} = \frac{1}{c_1^i} \left\{ (X_1^i - x_m)^2 + (Y_1^i - y_m)^2 + (Z_1^i - z_m)^2 \right\}^{1/2}$$

$$+ \frac{1}{c_2^i} \left\{ (X_2^i - x_m)^2 + (Y_2^i - y_m)^2 + (Z_2^i - z_m)^2 \right\}^{1/2}$$

Pour obtenir une bonne séparation de cibles proches, cette méthode nécessite, comme nous le verrons dans le prochain paragraphe un nombre assez important de couples de transducteurs.

Une seconde méthode, plus intéressante, prend en considération les lois de diffraction propres aux transducteurs utilisés.

D'abord, comme précédemment, poser :

$$c_{jm}^i = c_j^i = c_{j\,ref}^i$$

(mesuré d'après la référence)

Ensuite, à partir de V_i , calculer $\tilde{V}_i^m$:

$$\tilde{V}_i^m = V_i \overset{-1}{*} \overline{\Pi}^{(1)}(x_m, y_m, z_m, t) \overset{-1}{*} \overline{\Pi}^{(2)}(x_m, y_m, z_m, t) \qquad \text{(B.II.b.3)}$$

...

étape que nous appelerons "déconvolution-piston".

Enfin, comme précédemment, effectuer une focalisation synthétique en calculant $W_m(t)$:

$$W_m(t) = \sum_i \tilde{V}_i^m(t) * \delta(t+\theta_{mi}) \qquad \text{(B.II.b.4)}$$

Les résultats sont améliorés mais plus critiques, car ils demandent une assez grande précision dans la mesure des positions. Nous verrons expérimentalement que cette méthode nécessite un faible nombre de couples, d'où son intérêt.

Nous comparerons expérimentalement ces deux méthodes et montrerons tout l'intérêt que peut présenter la déconvolution-piston dans le cas où le nombre de couples disponibles est limité et où leurs positions sont imposées arbitrairement.

Il nous faut maintenant, à partir de ces résultats de focalisation synthétique, définir un estimateur : grandeur dont le comportement nous indiquera la présence d'une cible sur le point visé.

B.II.c. - Choix d'un estimateur

1°) Cas idéal

Commençons par envisager un cas théorique idéal où les transducteurs infiniment petits, donc ponctuels, auraient une réponse impulsionnelle $\overline{\Pi}$ isotrope :

$$\overline{\Pi}(x,y,z,t) = \delta(t)$$

...

et donc un encombrement permettant une infinité de couples de mesures.

Pour chaque couple i , le signal reçu s'écrit :

$$V_i = \tilde{L}(t) * \sum_n \delta(t - \theta_{ni})$$

Plaçons nous dans notre cadre expérimental où l'on ne déconvole pas le signal reçu V_i par $\tilde{L}(t)$. Il faut alors définir une durée utile pour $\tilde{L}(t)$: τ (par exemple, durée après laquelle le signal a perdu 90 % de son énergie ou une autre définition dans le même esprit).

Définissons maintenat l'estimateur S_m

Le résultat de la focalisation en (x_m, y_m, z_m) s'écrit :

$$W_m = \sum_i V_i * \delta(t + \theta_{mi})$$

$$= \tilde{L}(t) * \left(\sum_{i,n} \delta(t + \theta_{mi} - \theta_{ni}) \right) \qquad \text{(B.II.c.1)}$$

d'où S_m :

$$S_m = \int_0^\tau |W_m(t)|^2 \, dt$$

...

B.II.c.1 permet alors d'obtenir :

$$S_m = \int_0^\tau \cdot \sum_{in} \left| \tilde{L}\left(t + \theta_{mi} - \theta_{ni}\right) \right|^2 dt$$

s'il y a une cible en (x_m, y_m, z_m) alors :

$$S_m = \int_0^\tau \left| \sum_i \tilde{L}(t) + \sum_{i,\, n \neq m} \tilde{L}\left(t + \theta_{mi} - \theta_{ni}\right) \right|^2 dt$$

$$= \int_0^\tau \left| A + B \right|^2 dt$$

s'il n'y a pas de cibles :

$$S_m = \int_0^\tau \left| B' \right|^2 dt$$

Nous montrons en annexe (D.VIII), dans un cas simple, que le rapport B/A (ou B'/A) tend vers zéro quand le nombre de couples de mesures tend vers l'infini.

On peut alors normaliser l'estimateur :

$$\hat{S}_m = \frac{S_m}{\int_0^\tau |A|^2 dt}$$

...

$\widehat{S}_m \longrightarrow \pm 1$ en présence d'une cible

$\widehat{S}_m \longrightarrow 0$ ailleurs

quand le nombre de couples tend vers l'infini.

Sans rentrer dans une estimation théorique, il semble évident que la présence d'un grand nombre de cibles nécessite un très grand nombre de mesures. Une telle démarche était peu envisageable dans notre expérience car elle aurait nécessité un temps et une taille mémoire d'ordinateur tendant vers l'infini...

D'autre part, nos transducteurs sont loin d'être ponctuels : leur réponse impulsionnelle (déconvolée de leur partie acousto-électrique) se rapproche expérimentalement de celle d'un piston de 2,65 mm de rayon et n'est évidemment pas isotrope. Cependant, cette caractéristique peut être mise à profit pour définir un nouvel estimateur plus réaliste.

2°) Cas expérimental

Il nous faut donc définir un estimateur prenant en compte les propriétés de nos transducteurs.

Montrons comment le définir autour du résultat obtenu par "déconvolution-piston".

Considérons une cible seulement :

B.II.b.1 s'écrit

$$V_i = \tilde{L}(t) * \overline{\Pi}_i^{(1)} * \overline{\Pi}_i^{(2)} * \delta(t-\theta_{mi})$$

et B.II.b.3, résultat de la déconvolution-piston :

...

$$\tilde{V}_i^m = \tilde{L}(t) * \delta(t-\theta_{mi}) * \left(\overline{\overline{\Pi}}_i^{(1)} \overset{-1}{*} \overline{\overline{\Pi}}^{(1)}(x_m, y_m, z_m, t)\right) * \left(\overline{\overline{\Pi}}_i^{(2)} \overset{-1}{*} \overline{\overline{\Pi}}^{(2)}(x_m, y_m, z_m, t)\right)$$

Etudions $R(t)$:

$$R(t) = \Pi_i^{(1)} \overset{-1}{*} \Pi^{(1)}(x_m, y_m, z_m, t)$$

Deux cas se présentent :

- soit la cible se trouve en (x_m, y_m, z_m)
  alors $R(t) = \delta(t)$
  et $\tilde{V}_i^m = \tilde{L}(t) * \delta(t-\theta_{mi})$

  $\Rightarrow W_m(t) = \sum_i \tilde{L}(t) = I.\tilde{L}(t)$ I = nombre de couples

- soit la cible ne se trouve pas en (x_m, y_m, z_m)
  on montre aisément (annexe D.IX) que :

  $$R(t) = F(t, \omega_1^{im})$$

  où $F(t,\omega)$ est une fonction périodique faiblement amortie de fréquence $\omega_1^{im} = \omega(x_m, y_m, z_m, X_1^i, Y_1^i, Z_1^i)$

  On peut alors écrire :

$$\tilde{V}_i^m = \tilde{L}(t) * \delta(t-\theta_{mi}) * F(t, \omega_1^{im}) * F(t, \omega_2^{im})$$

$\tilde{V}_i^m$ est un signal périodique dont le spectre est caractérisé par deux pics en ω_1^{im} et ω_2^{im}, de largeur étroite, et dont la durée est évidemment beaucoup plus grande que τ .

Notons que ce signal n'a aucune signification physique : il faut le considérer comme un intermédiaire de calcul.

...

Voyons ce que donne alors la somme dans $W_m(t)$:

$$W_m(t) = \tilde{L}(t) * \left\{ \sum_i \delta(t - \theta_{mi} + \theta_{mi}) * F(t, \omega_1^{im}) * F(t, \omega_2^{im}) \right\}$$

Le signe somme porte alors sur des fonctions pseudo-périodiques dont la fréquence et la phase varient selon l'indice i ..

Il semble donc naturel de penser qu'avec un nombre de couples suffisant, cette somme tend vers zéro.

Ainsi nous justifions le choix de l'estimateur :

$$T_m = \int_0^{\infty} |W_m(t)|^2 \, dt$$

puisque $T_m \longrightarrow I \cdot \int_0^{\tau} |\tilde{L}(t)|^2 \, dt$ en présence d'une cible

$\longrightarrow 0$ ailleurs

Souhaitant restreindre le nombre de couples utilisés, il nous a semblé souhaitable d'améliorer cet estimateur en définissant la norme $\overline{T_m}$:

$$\overline{T_m} = \sum_i \int_0^{\infty} |\tilde{V}_i^m(t)|^2 \, dt$$

...

Remarquons que :

- Si la cible se trouve en (x_m, y_m, z_m) :

$$\overline{\overline{T}}_m = I \left(\int_0^{\tau} \left| \tilde{L}(t) \right|^2 dt + \int_{\tau}^{\infty} \left| \tilde{L}(t) \right|^2 dt \right)$$

et $\overline{\overline{T}}_m$ est voisin de $\overline{T}_m$ d'après la définition de τ.

- si la cible ne se trouve pas en (x_m, y_m, z_m) :

$$\overline{\overline{T}}_m \gg I \int_0^{\tau} \left| \tilde{L}(t) \right|^2 dt > \overline{T}_m$$

En effet, nous avons vu que la durée du signal $\tilde{V}_i^m$ était beaucoup plus grande que celle de $\tilde{L}(t)$ donc de τ.
D'où le choix de l'estimateur $\hat{\hat{T}}_m$ dans le cadre de nos expériences :

$$\hat{\hat{T}}_m = \frac{\overline{T}_m}{\overline{\overline{T}}_m} = \frac{\int_0^{\tau} \left| W_m(t) \right|^2 dt}{\sum_i \int_0^{\infty} \left| \tilde{V}_i^m(t) \right|^2 dt}$$

$$\hat{\hat{T}}_m = \frac{\int_0^{\tau} \left| \sum_i \tilde{V}_i^m(t) * \delta(t + \theta_{mi}) \right|^2 dt}{\sum_i \int_0^{\infty} \left| \tilde{V}_i^m(t) \right|^2 dt}$$

et $\hat{\hat{T}} \longrightarrow 1$ s'il y a une cible au point visé

$\hat{\hat{T}} \longrightarrow 0$ sinon

quand le nombre de couples de mesure augmente

...

B.II.d. - Résultats expérimentaux

1°) Illustration de la déconvolution-piston

Sur un fichier réel, dans le cas d'une cible unique en milieu homogène, nous avons testé le principe de la déconvolution-piston.

Pour éviter certains effets parasites (oscillations à haute fréquence...), nous calculons en réalité :

$$W_m^*(t) = W_m(t) * \bar{g}(t)$$

où $\bar{g}(t)$ est une gaussienne.

Les déconvolutions et convolutions sont faites dans le domaine temporel, les spectres étant alors calculés par T.F.R.

Les résultats sont illustrés en F.B.II.3 et F.B.II.4.

Le premier graphe correspondant aux courbes superposées :

- S : spectre du signal réel
- 1 : spectre de $\overline{\Pi}^{(1)}(x_m, y_m, z_m, t)$
- 2 : spectre de $\overline{\Pi}^{(2)}(x_m, y_m, z_m, t)$

Le second montre les courbes :

- 2 : signal déconvolé des réponses piston
- 1 : spectre de ce signal

- En F.B.II.3 nous visons le point $\begin{cases} x_m = -0,2 \text{ mm} \\ y_m = -0,2 \text{ mm} \end{cases}$

  où se trouve la cible.

...

Le signal déconvolé des réponses-piston est alors convolution des réponses acousto-électriques des transducteurs de la réponse impulsionnelle de la cible et du signal d'émission.

En F.B.II.4, nous visons le point $\begin{cases} x_m = 2,0 \text{ mm} \\ y_m = 2,0 \text{ mm} \end{cases}$

où il n'y a pas de cible.

Le signal obtenu -qui n'a aucune signification physique- est bien comme le laissait prévoir la théorie : quasi-monochromatique et faiblement amorti.

Ainsi cette méthode est-elle réellement envisageable sur des fichiers réels, malgré le bruit (électrique et acoustique).

D'autre part, il est ainsi vérifié que les transducteurs utilisés ont une réponse de diffraction très voisine de celle d'un piston de rayon a = 2,65 mm. En particulier, dans le cas où l'on étudie le signal reçu par la référence -avec l'éponge perturbatrice- on peut observer sur son spectre des cannelures, comme sur le graphe S de F.B.II.3, correspondant aux zéros du spectre de la réponse de diffraction.

2°) Reconstruction de deux cibles

Une tentative de reconstruction en milieu perturbant a été tentée sur les échos obtenus sur deux cibles par sept couples de mesures seulement. La disposition des cibles et des transducteurs est présentée en F.B.II.5.

Les signaux reçus sont tracés en F.B.II.6 : il est important de noter l'importance du bruit dû à la faiblesse du signal réémis par les graines vis-à-vis des multiréflections nombreuses au sein de l'éponge.

...

Nous allons d'abord effectuer la focalisation à z = cste (le résultat obtenu serait à comparer à celui obtenu par un échographe "C").

Tout d'abord effectuons la focalisation traditionnelle (sans déconvolution-piston). Le résultat est présenté en F.B.II.7 (le maillage représente des carrés de 0,25 mm sur 0,25 mm) pour z = 86 mm. Les cibles sont séparées : en effet, les signaux réémis par ces deux cibles présentent le même temps de vol, étant donné la position géométrique des couples de transducteurs choisis !

Effectuons la focalisation en faisant la "déconvolution-piston", Nous présentons plusieurs coupes :

- F.B.II. 8 z = 84,2 mm
- 9 z = 86,2 mm
- 10 z = 88,2 mm
- 11 z = 92,2 mm

Comparant F.B.II.9 à F.B.II.7, nous voyons l'intérêt de la "déconvolution-piston" qui permet de séparer les cibles.

Les différentes coupes mettent en évidence :

- la légère différence de diamètre des graines ;
- leur différence de positionnement en z (le fil nylon ne passe pas exactement au centre des graines) ;
- à z = 92 mm, le dapco référence.

Ces résultats peuvent être observés à y = cste (l'image serait à comparer avec celle obtenue par un échographe "B"). Ils sont présentés en F.B.II.12.

Ainsi, nous avons illustré la méthode R.A.R. : les variations de célérité dûes à l'éponge auraient brouillé les phases si nous ne les avions connues...

...

D'autre part, grâce à la méthode de "déconvolution-piston", il est possible de remédier aux difficultés expérimentales dûes à l'utilisation de transducteurs "réels" avec leurs qualités et leurs défauts et à l'utilisation d'une mosaïque simulée posant des problèmes au niveau de l'acquisition.

3°) Perspectives

Au vu de ces résultats, il serait tentant d'envisager une seconde étape : la reconstruction d'un certain nombre de cibles.

Cependant, il ne faudrait pas se leurrer sur l'apparente simplicité de la méthode... Et, s'il suffit de sept couples de transducteurs pour reconstruire deux cibles, il en faut évidemment beaucoup plus pour obtenir l'image d'une dizaine de graines...

Nous avons vu d'autre part que la méthode de "déconvolution-piston" donnait des résultats "pointus" : la moindre erreur de position initiale pouvant conduire à une reconstruction mille fois plus erronée !!

Et si l'on pouvait tolérer des erreurs de l'ordre du mm (c'est-à-dire le diamètre du transducteur référence qui est loin d'être ponctuel) pour reconstruire deux cibles -elles-même de cet ordre de grandeur-, une plus grande rigueur, ainsi que des expériences de contrôle (en enlevant l'éponge par exemple), sont nécessaires si l'on souhaite reconstruire une dizaine de cibles.

Dans le temps imparti, il ne nous a point été possible de mener à bien cette étape...

Il serait ensuite nécessaire de reconsidérer le problème en vue de l'appliquer à un milieu statistiquement diffusant : les cibles ponctuelles n'étant qu'une étape, utile par sa simplicité...

...

Les équations de diffusion et de focalisation seraient alors à redéfinir. Et il serait souhaitable de trouver une approche expérimentale qui n'offrirait pas de problèmes insolubles... L'éventuelle utilisation d'une mosaïque (non simulée) de transducteurs pourrait aussi être utile et instructive.

Enfin, il faudrait trouver un milieu perturbant dont l'absorption soit proportionnelle à la fréquence, en vue d'appliquer la transformation de Mellin aux signaux reçus... Pour cela, il suffirait de connaître, parmi les 700 espèces d'éponges [29], celle qui ait la loi d'absorption souhaitée... A moins qu'un produit synthétique (tel le polyuréthane par exemple) permette d'éviter ce choix laborieux...

...

- C O N C L U S I O N -

Evitant certaines difficultés inhérentes à la résolution du problème inverse en acoustique, dans le cas de milieux hétérogènes, la méthode de reconstruction avec l'aide d'une référence semble ouvrir une voie nouvelle aux méthodes d'imagerie ultrasonore. Il ne fait d'ailleurs nul doute que cette méthode, inspirée de l'optique active, pourrait trouver de nombreux champs d'application dans diverses branches de la physique.

Il ne faudrait pas pour autant oublier de rester à l'écoute des recherches entreprises dans les autres domaines où le problème inverse est à l'ordre du jour : mécanique quantique, séismologie, prospection géologique..., les échanges entre les diverses branches des sciences ne pouvant être que fructueux...

Il ne reste plus qu'à formuler le souhait utopique que cette méthode se concrétise un jour par un appareil en vue d'un meilleur diagnostic possible et d'un meilleur confort du patient.

...

- ANNEXES -

A N N E X E S

D.I. L'ATTENUATION DANS LES TISSUS..... 95

D.II. CALCUL DE M(t) POUR QUE L'EQUATION MENE A UNE ABSORPTION $\alpha \nu \omega$ 97

D.III. EQUATION DE PROPAGATION ETABLIE DANS LE CAS OU L'EQUATION D'ETAT EST REMPLACEE PAR UNE CONVOLUTION.. 99

D.IV. APPLICATION DE LA TRANSFORMEE DE MELLIN A LA REPONSE ECHOGRAPHIQUE D'UN TRANSDUCTEUR EN MILIEU ATTENUANT.. 105

D.V. L'EQUATION EIKONALE..... 109

D.VI. REPONSE DE PETITS TRANSDUCTEURS AVEC CIBLE EN CHAMP LOINTAIN..... 115

D.VII. DEVELOPPEMENT AU PREMIER ORDRE DE LA REPONSE GEOMETRIQUE D'UN TRANSDUCTEUR..... 120

D.VIII. ETUDE DE LA FOCALISATION DANS LE CAS DE CIBLES PONCTUELLES..... 127

D.IX. ASPECT THEORIQUE DE LA "DECONVOLUTION-PISTON"..... 133

:=:=:=:=:=:=:=:=:=:=:=:=:

D.I. - L'ATTENUATION DANS LES TISSUS

Le problème de l'atténuation dans les tissus est le terrain de nombreuses expériences in-vivo et de modèles mathématiques divers. Il est désormais admis que :

- l'atténuation est principalement le fait d'un phénomène d'absorption : la diffusion est négligeable. Le bilan énergétique est un transfert d'énergie acoustique en chaleur.

- Cette absorption suit une loi expérimentale :

$$\alpha = \frac{\varepsilon\ \omega^{b}}{c}$$ où b varie peu autour de 1

α variant de 0,2 db/cm/MHz à 0,8 db/cm/MHz (sang et foie).

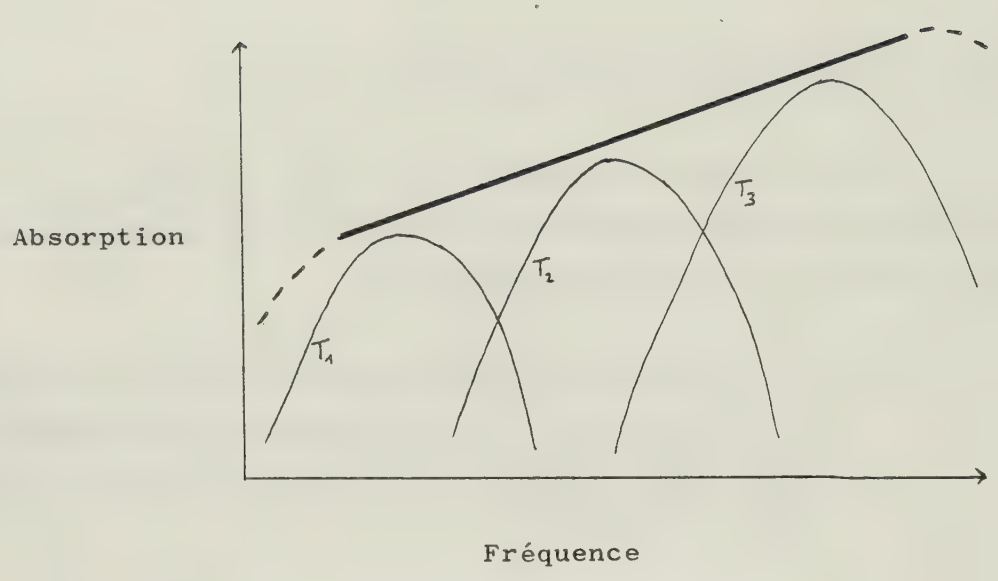
- La viscosité ($\alpha^{v} \sim \omega^{2}$), donnant à 1 MHz des valeurs autour de 0,01 db, est considérée comme négligeable.

- La dispersion est très faible (du même ordre que les incertitudes expérimentales).

- Les modèles proposés sont divers.

Pauly et Schwan [30] ont proposé un modèle moléculaire du foie où l'absorption serait dûe à une superposition de phénomènes de relaxation dont la constante de temps serait variable. Une distribution astucieuse de ces constantes de temps permet d'obtenir une loi linéaire en fréquence.

...



L'objection faite à ce modèle est le résultat expérimental montrant que l'absorption n'est pas isotrope.

Une approche plus réaliste tient compte des forces intercellulaires. Un modèle envisageant des forces de frottement entre cellules, plus ou moins instantanées (sorte d'"effet-mémoire") conduit à la loi d'absorption souhaitée.

Terminons en soulignant la justification théorique d'une dispersion négligeable pour cette loi d'absorption à l'aide des relations de Kramers-Kronig [32] .

...

D.II. - CALCUL DE $M(t)$ POUR QUE L'EQUATION $\nabla^2 p = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + M(t) * \frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\right) p$ MENE A UNE ABSORPTION $\alpha \sim \omega^{1+m}$

Calculons la transformée de Fourier de $M(t) = \frac{Y(t)}{t^m} \operatorname{Log}\frac{t}{\tau_0}$

On trouve dans les tables [31]

$$\mathcal{F}\left(Y(t).\frac{1}{t^m}\right) = G_1 = -\Gamma(1-m)\,\frac{1}{|\omega|^{1-m}}\left\{-\sin m\frac{\pi}{2} + j\,\mathrm{sgn}(\omega)\cos m\frac{\pi}{2}\right\}$$

$$\mathcal{F}\left(Y(t).\operatorname{Log} t.\frac{1}{t^m}\right) = G_2 = -\Gamma(1-m).\frac{1}{|\omega|^{1-m}}\cdot$$
$$\left\{\left(\operatorname{Log}|\omega| - \phi(1-m)\right)\left(\cos\frac{\pi}{2}(1-m) - j\,\mathrm{sgn}(\omega)\sin\frac{\pi}{2}(1-m)\right)\right.$$
$$\left. + \frac{\pi}{2}\left(\sin\frac{\pi}{2}(1-m) + j\,\mathrm{sgn}(\omega)\cos\frac{\pi}{2}(1-m)\right)\right\}$$

$$G_2 = -\Gamma(1-m)\,\frac{1}{|\omega|^{1-m}}\cdot\left\{\left(\operatorname{Log}|\omega| - \phi(1-m)\right)\left(\sin\frac{m\pi}{2} + j\,\mathrm{sgn}(\omega)\cos\frac{m\pi}{2}\right)\right.$$
$$\left. + \frac{\pi}{2}\left(\cos\frac{m\pi}{2} - j\,\mathrm{sgn}(\omega)\sin\frac{m\pi}{2}\right)\right\}$$

$$\hat{M}(t) = \Gamma(1-m)\,\frac{1}{|\omega|^{1-m}}\cos\frac{m\pi}{2}\left\{j\,\mathrm{sgn}(\omega)\operatorname{Log}|\tilde{\gamma}\omega\tau_0| - \frac{\pi}{2}\right\}$$
$$-\Gamma(1-m)\,\frac{1}{|\omega|^{1-m}}\sin\frac{m\pi}{2}\left\{\operatorname{Log}|\tilde{\gamma}\omega\tau_0| - \frac{\pi}{2}\mathrm{sgn}(\omega)\right\}$$

avec $\phi(z) = \frac{\partial}{\partial z}\left(\operatorname{Log}\Gamma(z)\right)$, Γ : fonction gamma d'Euler

...

On peut vérifier que dans le cas $m = 0$, on retrouve l'expression utilisée au paragraphe A.II.c.

Pour $m \neq 0$, si l'on se place dans le cas où m est assez petit pour pouvoir négliger $\sin \frac{m\pi}{2}$, on a l'approximation suivante :

$$\hat{M}(\omega) \simeq \Gamma(1-m) \frac{1}{|\omega|^{1-m}} \left\{ j \, \mathrm{sgn}(\omega) \, \mathrm{Log} |\tilde{\gamma} \omega \tau_0| - \frac{\pi}{2} \right\}$$

$$\simeq j \frac{\Gamma(1-m) \, \mathrm{sgn}(\omega) \, \mathrm{Log} \, \tilde{\gamma} \omega \tau_0}{|\omega|^{1-m}} - \frac{\Gamma(1-m) \, \pi}{2 \, |\omega|^{1-m}}$$

La transformée de Fourier de l'équation de propagation s'écrit alors :

$$-k^2 = \frac{1}{c^2} \left\{ -\omega^2 + \frac{4 \varepsilon c^2}{\pi} \Gamma(1-m) \cdot (-j\omega) \cdot (-k^2) \cdot \left(j \frac{\mathrm{Log} |\tilde{\gamma} \omega \tau_0| \cdot \mathrm{sgn}(\omega)}{|\omega|^{1-m}} - \frac{\pi}{2 \, |\omega|^{1-m}} \right) \right\}$$

d'où les deux relations :

$$\begin{cases} k_0^2 = \dfrac{\omega^2}{c^2} + \dfrac{4\varepsilon}{\pi} \mathrm{Log} |\gamma \omega \tau_0| \cdot |\omega|^m \, \mathrm{sgn}(\omega) \cdot k_0^2 \\ 2 k_0 \alpha = 2 \varepsilon k_0^2 \, \mathrm{sgn}(\omega) \, |\omega|^m \end{cases}$$

D'où $$\alpha = \varepsilon \frac{|\omega|^{1+m}}{c}$$

...

D.III. - EQUATION DE PROPAGATION ETABLIE DANS LE CAS OU L'EQUATION D'ETAT EST REMPLACEE PAR UNE CONVOLUTION

Nous partons de l'hypothèse selon laquelle l'équation d'état s'écrit :

$$\rho_1 = M \overset{\mathbb{R}^3}{\underset{t}{**}} p_1 \qquad 1)$$

où $\overset{\mathbb{R}^3}{\underset{t}{**}}$ représente une convolution temporelle et spatiale et M est une fonction causale, alors que les deux autres relations fondamentales restent inchangées :

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \nabla v = 0 \qquad 2)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \nabla p = 0 \qquad 3)$$

$$1) \text{ et } 2) \Longrightarrow M \overset{*}{*} \frac{\partial p_1}{\partial t} + \rho_0 \nabla v = 0 \qquad 2')$$

et, par un calcul classique, 2') et 3) mènent à l'équation :

$$M \overset{*}{*} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - \nabla^2 p_1 = - \nabla \operatorname{Log} \rho_0 \cdot \nabla p_1 \qquad 4)$$

...

Si le milieu est homogène et en posant :

$$M(x,y,z,t) = \frac{1}{c^2}\,\delta(t) \otimes \delta(\mathbb{R}^3) + M_1(x,y,z,t)$$

$\delta(\mathbb{R}^3)$ tel que $\delta(\mathbb{R}^3) \overset{\mathbb{R}^3}{*} f(x,y,z) = f(x,y,z)$

on obtient :

$$\frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - \nabla^2 p_1 = - M_1(x,y,z,t) \overset{*}{*} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} \qquad 5)$$

Toujours pour se ramener à une équation du type (A.II.c.2), définissons $\widetilde{M}(x,y,z,t)$:

$$M_1(x,y,z,t) = \frac{1}{c^2} \int \nabla^2 \left(\widetilde{M}(x,y,z,t) \right) dt$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\partial M_1(x,y,z,t)}{\partial t} = \frac{1}{c^2}\,\nabla^2 \left(\widetilde{M}(x,y,z,t) \right)$$

Alors, le second membre de (5) peut s'écrire au sens des distributions :

$$- M_1(x,y,z,t) \overset{*}{*} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = \frac{\partial M_1(x,y,z,t)}{\partial t} \overset{*}{*} \frac{\partial p_1}{\partial t}$$

$$= \frac{1}{c^2}\,\nabla^2 \left(\widetilde{M}(x,y,z,t) \right) \overset{*}{*} \frac{\partial p_1}{\partial t}$$

$$= \frac{1}{c^2}\,\widetilde{M}(x,y,z,t) \overset{*}{*} \nabla^2 \frac{\partial}{\partial t}\, p_1$$

...

L'équation 4) en milieu homogène s'écrit alors :

$$\nabla^2 p_1 = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \widetilde{M}(x,y,z,t) \overset{*}{*} \frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\right) p_1$$

et de (A.II.c.2), on déduit :

$$\widetilde{M}(x,y,z,t) = -\delta(\mathbb{R}^3).\frac{4\varepsilon c^2}{\pi} Y(t) \operatorname{Log}\frac{t}{\tau_0}$$

d'où :

$$M_1(x,y,z,t) = -\frac{4\varepsilon}{\pi}\left\{Y(t).t\left(\operatorname{Log}\frac{t}{\tau_0} - 1\right)\right\}\nabla^2\left(\delta(\mathbb{R}^3)\right)$$

et :

$$\rho_1 = \frac{1}{c^2} p_1 - \frac{4\varepsilon}{\pi}\left\{Y(t).t\left(\operatorname{Log}\frac{t}{\tau_0} - 1\right)\right\}\nabla^2 p_1$$

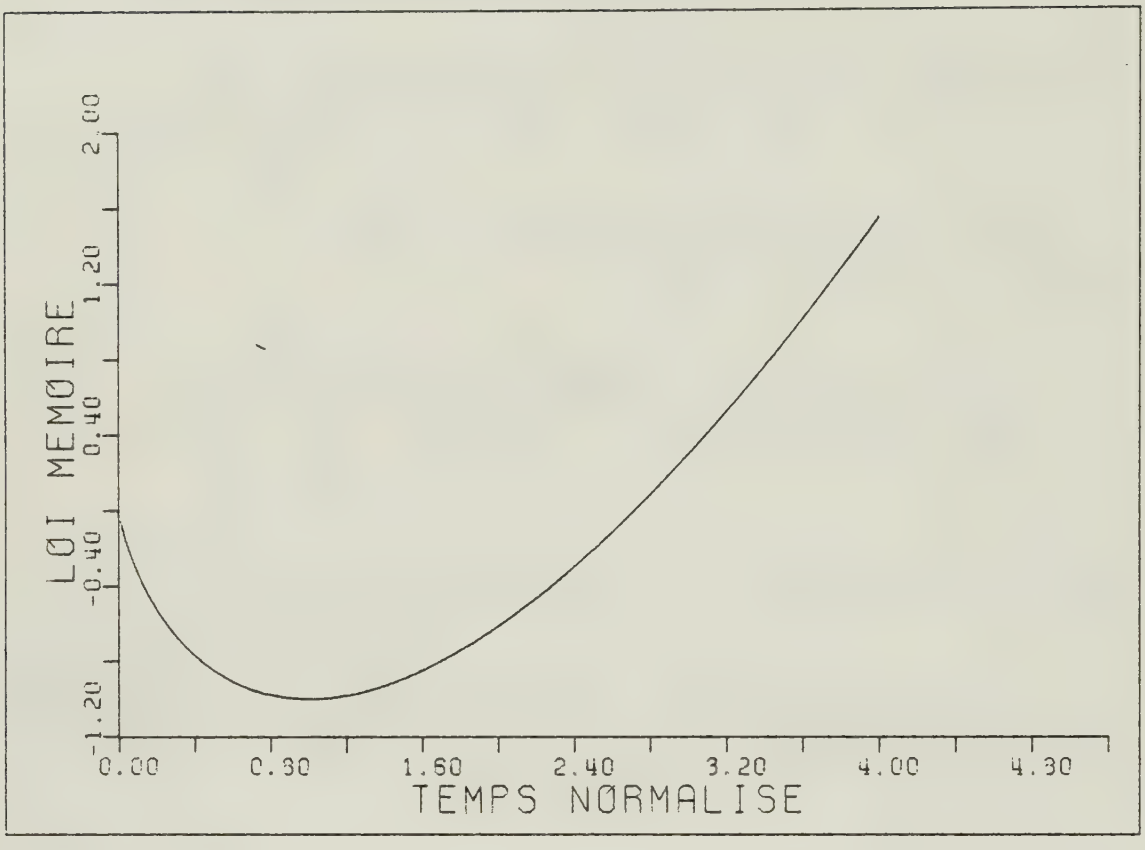
La masse volumique varie sous deux effets :

- un effet instantané : $\frac{1}{c^2} p_1$
- un effet avec "mémoire" : $\frac{4\varepsilon}{\pi} Y(t)\, t\left(\operatorname{Log}\frac{t}{\tau_0} - 1\right)\nabla^2 p_1$

  qui est sensible à la dérivée du gradient de la pression acoustique (d'ailleurs, un invariant du système).

...

Cette "loi-mémoire" a pour allure.



Sa divergence pour t/τ_0 tendant vers l'infini peut être supprimée par l'adjonction d'une exponentielle faiblement décroissante :

$$M_1^* = M_1 \, e^{-\omega_a t}$$

avec $\omega_a \tau_0 \ll 1$

On sait qu'alors :

$$\hat{M}_1^*(\omega) = \hat{M}_1(\omega + \omega_a)$$

Dans le domaine de fréquence que nous avons défini, cette translation de fréquence a peu d'effet puisque :

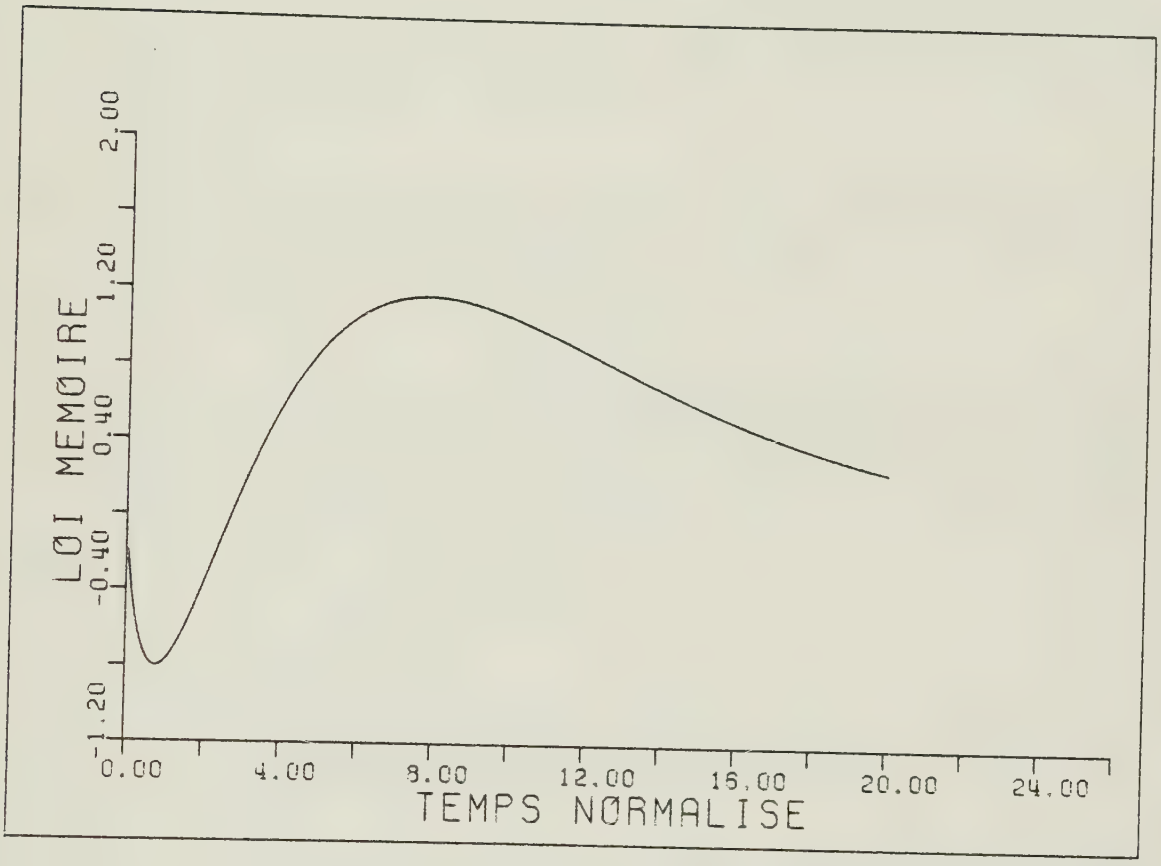
$\gamma \omega \tau_0$ voisin de 1

$\Leftrightarrow$ $\omega \tau_0$ de l'ordre de l'unité

...

D'où $\omega_a \tau_o \ll \omega \tau_o$ et $(\omega + \omega_a) \simeq \omega$.

La démonstration établie en A.II.c. reste valide.



...

D.IV. - APPLICATION DE LA TRANSFORMATION DE MELLIN A LA REPONSE ECHOGRAPHIQUE D'UN TRANSDUCTEUR EN MILIEU ATTENUANT [33]

Nous allons illustrer le principe de l'application de la transformée de Mellin à la réponse échographique d'un transducteur.

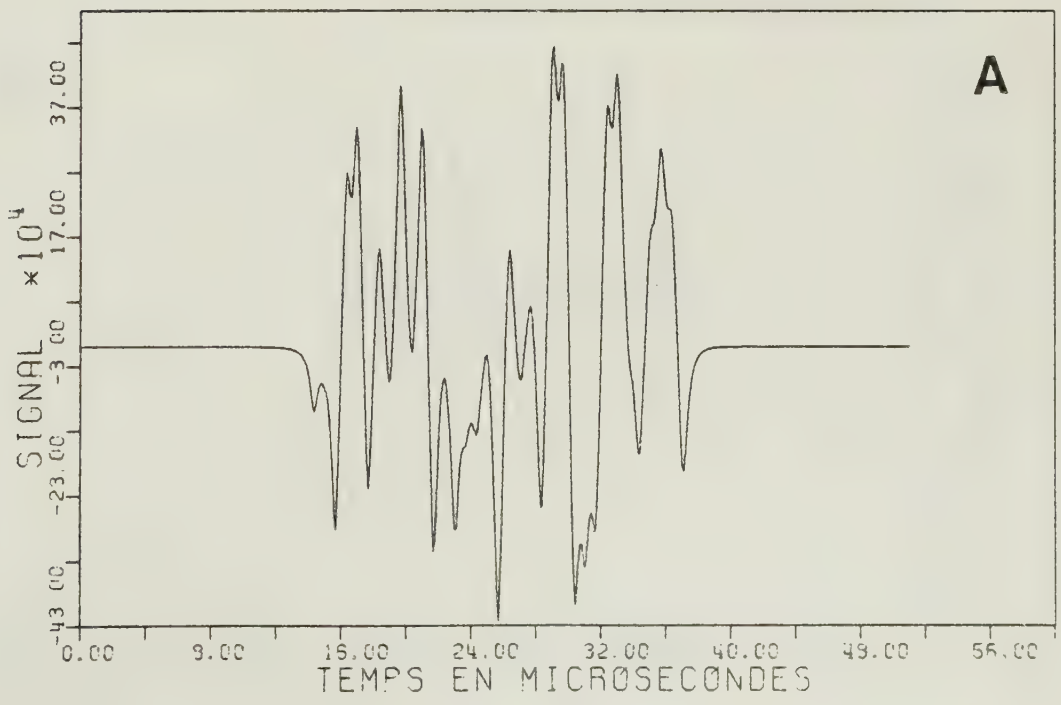
Soient des cibles ponctuelles, situées sur l'axe d'un transducteur équidistantes entre les profondeurs Z_1 et Z_2, d'amplitude aléatoire (entre -0,5 et +0,5).

Nous avons simulé l'écho reçu, déconvolé de la réponse acousto-électrique et de la réponse de diffraction du transducteur, ainsi que de la réponse impulsionnelle d'une cible d'amplitude + 1. Le signal obtenu est représenté en A.

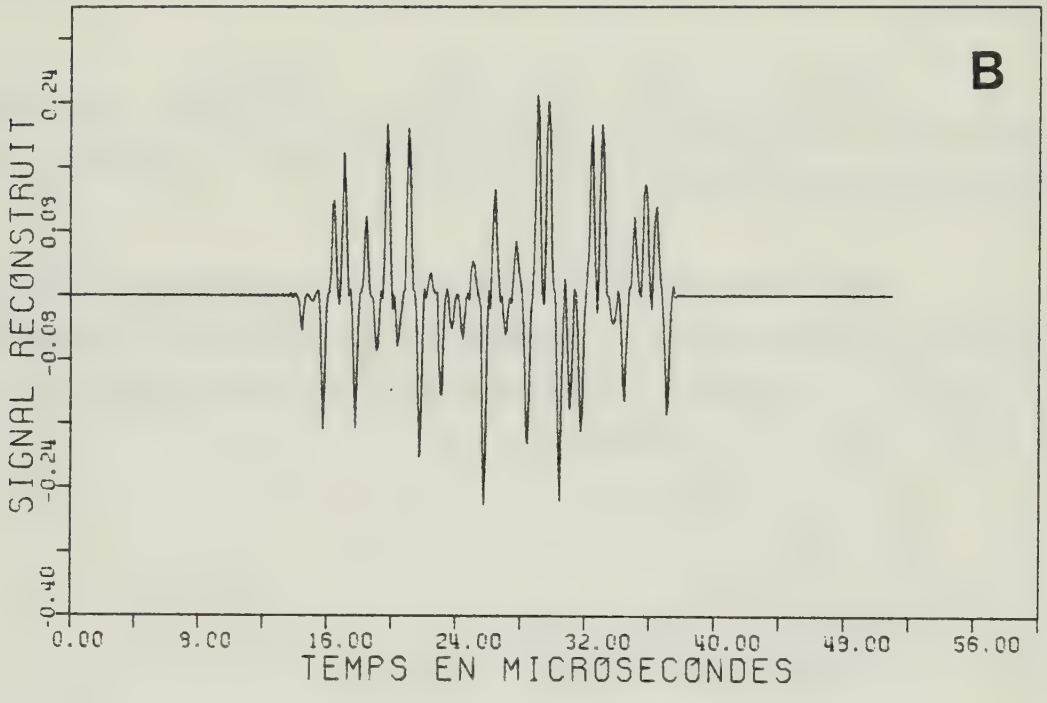
μ = 1.0 DB/CM/MHZ

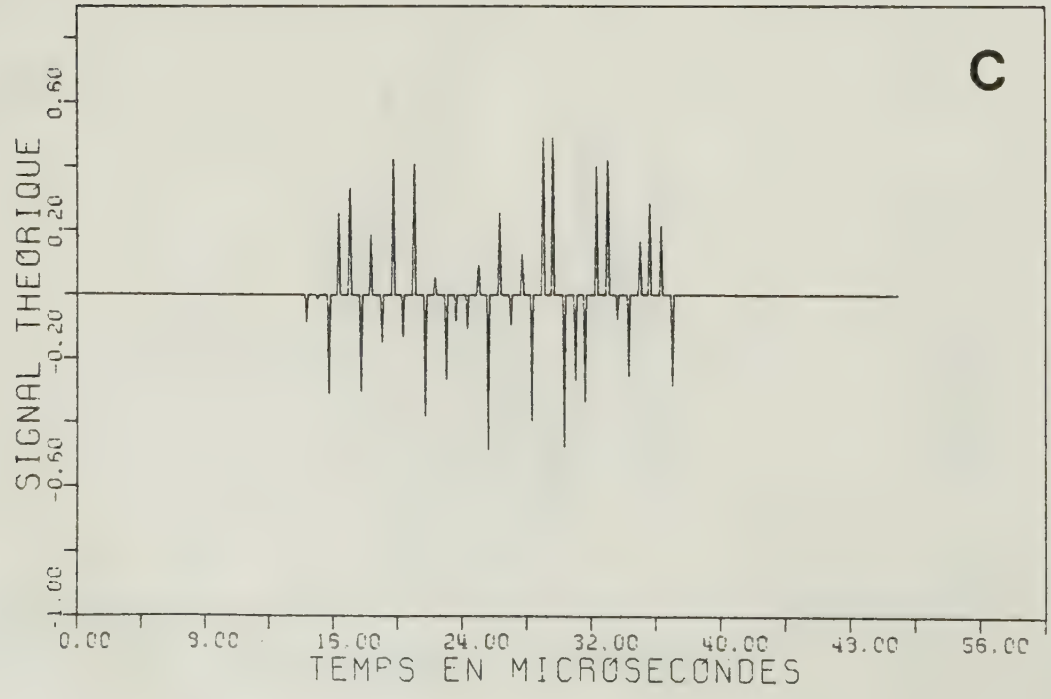
Z1 = 80. MM
Z2 = 97. MM

NOMBRE DE CIBLES = 35
DISTANCE ENTRE CIBLE = 0.50 MM



Par l'application de A.II.d.3, nous pouvons en déduire le signal en milieu non absorbant, les transformées de Mellin directe et inverse pouvant aisément être calculée par T.F.R.
Ce signal est représenté en B.
En C, nous avons tracé ce même signal, à partir des valeurs de l'amplitude des cibles.





...

Le résultat obtenu est assez satisfaisant.
Il faut cependant noter que, dans ce cas, les amplitudes ne sont pas comparables du fait que l'on ne peut traiter un $\delta(t)$ par une T.F.R..L'adaptation nécessaire, c'est-à-dire la nécessité de faire tendre vers O la transformée de Mellin pour les grandes valeurs de la partie imaginaire de s, a conduit à modifier l'échelle.

Cependant, les amplitudes relatives sont bien extraites du signal A.

...

D.V. - L'EQUATION EIKONALE

L'équation d'un rayon acoustique s'écrit [5] :

$$\frac{d(n\vec{s})}{d\sigma} - \vec{\nabla} n = 0$$

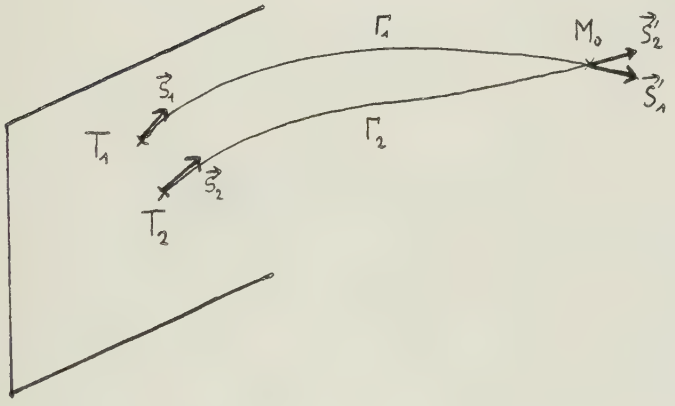
où n = indice = $\frac{c_o}{c(x,y,z)}$

Elle permet d'écrire :

$$n'\vec{s}' - n\vec{s} = \int_{\Gamma} \vec{\nabla} n \cdot d\sigma$$

où Γ est le rayon acoustique.

Considérons deux rayons voisins, issus de deux éléments voisins d'une mosaïque, se coupant en M_o



$\vec{s}_1$: tangente unitaire de Γ_1 en T_1
$\vec{s}'_1$: tangente unitaire de Γ_1 en M_0
$\vec{s}_2$: tangente unitaire de Γ_2 en T_2
$\vec{s}'_2$: tangente unitaire de Γ_2 en M_0

Supposons aussi que le milieu est homogène au voisinage de la mosaïque et que son indice est égal à n.
Alors si n' est l'indice en M_o, on peut écrire :

$$n'\vec{s}'_1 - n\vec{s}_1 = \int_{\Gamma_1} \vec{\nabla} n \cdot d\sigma$$

et

$$n'\vec{s}'_2 - n\vec{s}_2 = \int_{\Gamma_2} \vec{\nabla} n \, d\sigma$$

...

Supposons maintenant que les variations de célérité soient telles que $\overrightarrow{\nabla n}$ ne présente aucune singularité au voisinage des rayons.

Alors $\overrightarrow{\nabla n}$ est une forme différentielle fermée et

$$\int_{\Gamma_1} \overrightarrow{\nabla n}.\,d\sigma - \int_{\Gamma_2} \overrightarrow{\nabla n}.\,d\sigma + \int_{\overbrace{M_2 M_1}} \overrightarrow{\nabla n}.\,d\sigma = 0$$

Comme nous avons supposé que l'indice n est constant au voisinage de la mosaïque, on en déduit :

$$\int_{\Gamma_1} \overrightarrow{\nabla n}\,d\sigma = \int_{\Gamma_2} \overrightarrow{\nabla n}\,d\sigma$$

soit :

$$n'\overrightarrow{s'_1} - n\overrightarrow{s_1} = n'\overrightarrow{s'_2} - n\overrightarrow{s_2}$$

$$\Longrightarrow \quad \left(\overrightarrow{s'_2} - \overrightarrow{s'_1}\right) = \frac{n}{n'}\left(\overrightarrow{s_2} - \overrightarrow{s_1}\right)$$

Soit un point M_1 au voisinage de M_0 et soit le rayon γ_1 joignant T_1 à M_1 et $\vec{t}_1$, $\vec{t}'_1$ ses tangentes unitaires en T_1 et M_1.

Supposons que l'indice est constant au voisinage de M_0 et que $n'(M_0) = n'(M_1)$

Alors :

$$n'\vec{t}'_1 - n\vec{t}_1 = \int_{\gamma_1} \overrightarrow{\nabla n}\,d\sigma$$

...

$\overrightarrow{\nabla n}$ étant une forme différentielle fermée :

$$\int_{\gamma_1} \overrightarrow{\nabla n}.d\sigma - \int_{\Gamma_1} \overrightarrow{\nabla n}.d\sigma + \int_{\overset{\frown}{M_0M_1}} \overrightarrow{\nabla n}.d\sigma = 0$$

d'où :

$$\int_{\gamma_1} \overrightarrow{\nabla n}.d\sigma = \int_{\Gamma_1} \overrightarrow{\nabla n}\, d\sigma$$

et :

$$n'\overrightarrow{t_1'} - n\overrightarrow{t_1} = n'\overrightarrow{s_1'} - n\overrightarrow{s_1}$$

de même :

$$n'\overrightarrow{t_2'} - n\overrightarrow{t_2} = n'\overrightarrow{s_2'} - n\overrightarrow{s_2}$$

d'où :

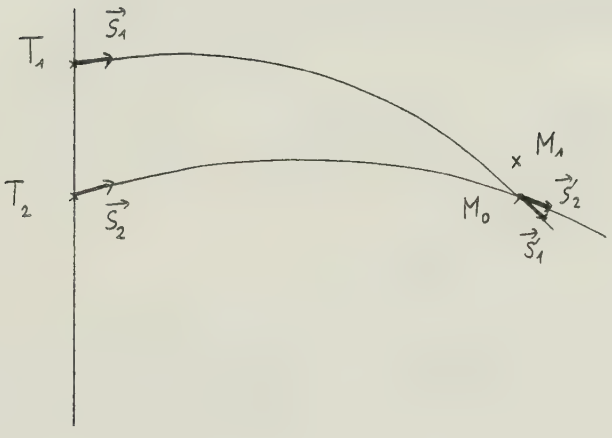
$$n'\left(\overrightarrow{t_2'} - \overrightarrow{t_1'}\right) - n\left(\overrightarrow{t_2} - \overrightarrow{t_1}\right) = n'\left(\overrightarrow{s_2'} - \overrightarrow{s_1'}\right) - n\left(\overrightarrow{s_2} - \overrightarrow{s_1}\right) = \overrightarrow{0}$$

Donc, au voisinage de la cible les angles sont conservés.

On en déduit que les erreurs causées par la courbure des rayons acoustiques ne se traduiront pas par une dégradation de l'image, mais seulement par une déformation.

...

Illustrons ceci par un exemple :



On veut focaliser en M_1 .

Pour le rayon issu de T_1 , en supposant que le milieu soit homogène et de célérité c au voisinage de M_1 , on introduira un retard :

$$\tau = \frac{1}{c} \cdot \frac{\overrightarrow{T_1 M_0}}{|\overrightarrow{T_1 M_0}|} \cdot \overrightarrow{M_0 M_1}$$

qui sera assez différent de $\tau^* = \frac{1}{c} \vec{S_1} \cdot \overrightarrow{M_0 M_1}$ si la courbure des rayons est grande.

...

Cette erreur étant la même pour des éléments voisins de la mosaïque, on reconstruira en réalité le point M'_1 tel que :

$$\frac{\overrightarrow{T_1 M_0}}{\left|\overrightarrow{T_1 M_0}\right|} \cdot \overrightarrow{M_0 M_1} = \overrightarrow{S'_1} \cdot \overrightarrow{M_0 M'_1}$$

L'image sera déformée -les orientations étant perdues- mais non dégradée.

...

D.VI. - REPONSE DE PETITS TRANSDUCTEURS AVEC CIBLE EN CHAMP LOINTAIN

1°) Approximation pour la loi d'absorption

Nous avons montré que :

$$\Pi_A = \int_{\ell_{min}}^{\ell_{max}} \Pi\left(t' = \frac{\ell}{c}\right) \; A_\ell\left(t - \frac{\ell}{c}\right) \, d\ell \qquad \text{D.VI.1.}$$

avec

$$\ell_{min} = \begin{cases} \left(z^2 + (r-a)^2\right)^{1/2} & \text{si } r > a \\ z & \text{si } r < a \end{cases}$$

$$\ell_{max} = \left(z^2 + (r+a)^2\right)^{1/2}$$

Soit $r > a$ et $a \ll z$ (hypothèses de petits transducteurs) alors, posant $\bar{\ell} = \left(z^2 + r^2\right)^{1/2}$, il vient :

$$\ell_{min} = \left(z^2 + r^2 - 2ar + a^2\right)^{1/2}$$

$$= \left(z^2 + r^2\right)^{1/2} \left(1 - \frac{ar}{r^2 + z^2} + O\left(\frac{a}{z}\right)\right) = \bar{\ell}\left(1 - \frac{ar}{r^2+z^2} + O\left(\frac{a}{z}\right)\right)$$

$$\ell_{max} = \left(z^2 + r^2 + 2ar + a^2\right)^{1/2}$$

$$= \left(z^2 + r^2\right)^{1/2} \left(1 + \frac{ar}{r^2 + z^2} + O\left(\frac{a}{z}\right)\right) = \bar{\ell}\left(1 + \frac{ar}{r^2+z^2} + O\left(\frac{a}{z}\right)\right)$$

...

D'où, pour de petits transducteurs, on fera une erreur négligeable si l'on prend, dans D.VI.1, la lorentzienne $\frac{A}{\ell}\left(t-\frac{\ell}{c}\right)$ en approximation de $\frac{A}{\ell}\left(t-\frac{\ell}{c}\right)$

D'où :

$$\Pi_A = \int_{\ell_{min}}^{\ell_{max}} \Pi\left(t'=\frac{\ell}{c}\right)\ \frac{A}{\ell}\left(t-\frac{\ell}{c}\right) d\ell = \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \Pi(\theta)\ \frac{A}{\ell}(t-\theta)\, c\, d\theta$$

$$= \Pi * \frac{A}{\ell} \cdot c$$

La condition de Mellin étant remplacée par une convolution vraie.

On en déduit :

$$\Pi_A = \Pi \cdot e^{-\varepsilon \frac{|\omega|}{c} \ell}$$

Le résultat est évidemment le même pour $r < a$.

2°) Approximation de Π : réponse d'un piston pour $r > a$

Nous avons vu que pour $r > a$

$$\Pi = \begin{cases} 0 & a^2 < \left(r-\sqrt{c^2t^2-z^2}\right)^2 \\ \frac{c}{\pi} \operatorname{Arcos} \frac{r^2+c^2t^2-z^2-a^2}{2r\sqrt{c^2t^2-z^2}} & \left(r-\sqrt{c^2t^2-z^2}\right)^2 < a^2 < \left(r+\sqrt{c^2t^2-z^2}\right)^2 \\ 0 & \left(r-\sqrt{c^2t^2-z^2}\right)^2 < a^2 \end{cases}$$

...

Définissons φ et $\bar{\ell}$:

$$\bar{\ell} = \left(z^2 + r^2\right)^{1/2}$$

$$c^2t^2 = z^2 + r^2 + a^2 - 2ar\cos\varphi$$

$$\Rightarrow$$

$$\cos\varphi = \frac{\bar{\ell}^2 + a^2 - c^2t^2}{2ar} \simeq \frac{\bar{\ell}^2 - c^2t^2}{2ar} \simeq \frac{\bar{\ell}(\bar{\ell} - ct)}{ar}$$

Alors :

$$\frac{c^2t^2 + r^2 - z^2 - a^2}{2r\sqrt{c^2t^2 - z^2}} = \frac{r - a\cos\varphi}{\left(r^2 + a^2 - 2ar\cos\varphi\right)^{1/2}}$$

$$\simeq \left(1 - \frac{a}{r}\cos\varphi\right)\left(1 - \frac{1}{2}\left(-\frac{2a}{r}\cos\varphi + \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{3}{8}\left(-\frac{2a}{r}\cos\varphi + \frac{a^2}{r^2}\right)^2 + \cdots\right)$$

$$\simeq 1 - \frac{a^2}{2r^2}\sin^2\varphi + o\left(\frac{a^2}{r^2}\right)$$

Définissons $\tilde{\Pi}$:

$$\Pi = \frac{c}{\pi}\,\tilde{\Pi}$$

...

Nous pouvons alors supposer que $\widetilde{\Pi}$ est petit d'où :

$$\widetilde{\Pi} = \operatorname{Arccos} \frac{c^2t^2 + r^2 - z^2 - a^2}{2r\sqrt{c^2t^2 - z^2}} \qquad \left(r - \sqrt{c^2t^2 - z^2}\right)^2 < a^2 < \left(r + \sqrt{c^2t^2 - z^2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \cos \widetilde{\Pi} \simeq 1 - \frac{\widetilde{\Pi}^2}{2}$$

$$\simeq 1 - \frac{a^2}{2r^2} \sin^2 \varphi$$

$$\Rightarrow \widetilde{\Pi} \simeq \frac{a}{r} \sin \varphi$$

d'où

$$\Pi \simeq \frac{a}{r} \frac{c}{\pi} \sin \varphi$$

Π est une demi ellipse

$$\Pi \simeq \frac{a}{r} \frac{c}{\pi} \sqrt{1 - \frac{\bar{\ell}^2 (\bar{\ell} - ct)^2}{a^2 r^2}} = \frac{c}{\pi} \frac{c\bar{\ell}}{r^2} \sqrt{\left(\frac{ar}{c\bar{\ell}}\right)^2 - \left(t - \frac{\bar{\ell}}{c}\right)^2}$$

Les tables de transformées de Fourier donnent alors :

$$\widehat{\Pi} = \frac{c}{2\pi} \frac{a}{r} e^{2i\pi \frac{\bar{\ell}}{c} \nu} \frac{J_1\left(2\pi \frac{a}{c} \frac{r}{\bar{\ell}} \nu\right)}{\gamma}$$

où J_1 est la fonction de Bessel de première espèce d'indice 1.

...

En posant : $\sin\theta = \frac{r}{\ell}$, on obtient :

$$\widehat{\Pi} = a^2 \frac{e^{2i\frac{\pi\ell}{\lambda}}}{\ell} \cdot \frac{J_1\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\frac{2\pi a}{\lambda}\sin\theta}$$

c'est-à-dire l'approximation de Fraunhofer.

Si l'on pose :

$t_s = \frac{\ell_{max} - \ell_{min}}{c}$: durée du signal émis par le disque ,

on peut aisément montrer que :

$$t_s \simeq \frac{2ar}{c\ell}$$

d'où :

$$\widehat{\Pi} = \frac{a^2}{\ell} \frac{J_1(\pi t_s \nu)}{\pi t_s \nu} e^{2i\pi\frac{\ell\nu}{c}}$$

...

D.VII. - DEVELOPPEMENT AU PREMIER ORDRE DE LA REPONSE GEOMETRIQUE D'UN TRANSDUCTEUR

Supposons un milieu homogène (c = cste, $\mathcal{E}$ = cste) et une cible située en (z, r) avec $z \gg r$ et $r > a$.

Nous savons alors que :

$$\Pi = \Pi * \frac{A}{\bar{\ell}} . c$$

avec :

$$\frac{A}{\bar{\ell}}(t) = \frac{1}{\pi} \frac{\mathcal{E} \bar{\ell}}{\mathcal{E}^2 \bar{\ell}^2 + c^2 t^2} \qquad \bar{\ell} = (z^2 + r^2)^{1/2}$$

et :

$$\Pi = \frac{c}{\pi} \operatorname{Arcos} \frac{c^2 t^2 - z^2 - a^2 + r^2}{2r\sqrt{c^2 t^2 - z^2}} \quad \text{si} \sqrt{z^2 + (r-a)^2} < ct < \sqrt{z^2 + (r+a)^2}$$

$$= 0 \qquad \text{autrement}$$

Nous allons d'abord chercher le développement au premier ordre de $\frac{A}{\ell} c$ pour de faibles variations de $\bar{\ell}$ et $\mathcal{E}'$ avec :

$$\mathcal{E}' = \frac{\mathcal{E}}{c} \qquad \alpha = \mathcal{E}' \omega$$

$$\Rightarrow \frac{\delta \mathcal{E}'}{\mathcal{E}'} = \frac{\delta \alpha}{\alpha} \quad \text{indépendant de c}$$

...

$$B = \frac{A}{\bar{\ell}} \cdot C = \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon' \bar{\ell}}{\varepsilon'^2 \bar{\ell}^2 + t^2}$$

$$\frac{\partial B}{\partial \varepsilon'} = \frac{1}{\varepsilon'} B - 2\pi \bar{\ell} B^2$$

$$\frac{\partial B}{\partial \bar{\ell}} = \frac{1}{\bar{\ell}} B - 2\pi \varepsilon' B^2$$

Cherchons $G(t)$ tel que : $G(t) * B(t) = B^2(t)$

Nous trouvons dans les tables [31] :

$$\widehat{B^2}(\nu) = \left(\frac{1}{2\pi \varepsilon' \bar{\ell}} - |\nu| \right) e^{-2\pi |\nu| \varepsilon' \bar{\ell}}$$

d'où :

$$B^2(t) = \frac{1}{2\pi \varepsilon' \bar{\ell}} B + \frac{1}{2\pi^2 t^2} * B$$

et :

$$G(t) = \frac{1}{2\pi \varepsilon' \bar{\ell}} \delta(t) + \frac{1}{2\pi^2 t^2}$$

Nous en déduisons :

$$\frac{\partial B}{\partial \varepsilon'} = -\frac{1}{\varepsilon'} \frac{\varepsilon' \bar{\ell}}{\pi t^2} * B(t)$$

$$\frac{\partial B}{\partial \bar{\ell}} = -\frac{1}{\bar{\ell}} \frac{\varepsilon' \bar{\ell}}{\pi t^2} * B(t)$$

...

D'où le développement au premier ordre de B :

$$B(\ell+\delta\ell,\ \varepsilon'+\delta\varepsilon') =$$

$$= B + \delta\varepsilon' \frac{\partial B}{\partial \varepsilon'} + \delta\bar{\ell}\ \frac{\partial B}{\partial \bar{\ell}}$$

$$= B * \left\{ \delta(t) - \left(\frac{\delta\varepsilon'}{\varepsilon'} + \frac{\delta\bar{\ell}}{\bar{\ell}} \right) \frac{\varepsilon'\bar{\ell}}{\pi t^2} \right\}$$

duquel nous déduisons celui de A :

$$\frac{A}{\bar{\ell}}(\bar{\ell}+\delta\bar{\ell},\ \varepsilon'+\delta\varepsilon') = \frac{A}{\bar{\ell}} * \left\{ \delta(t) - \left(\frac{\delta\varepsilon'}{\varepsilon'} + \frac{\delta\ell}{\ell} \right) \frac{\varepsilon'\ell}{\pi t^2} \right\}$$

D'autre part, nous pouvons définir l'angle θ :

$$\bar{\ell} = (r^2+z^2)^{1/2}$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{\partial \ell}{\partial z} = \frac{z}{\bar{\ell}} = \cos\theta$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial r} = \frac{r}{\bar{\ell}} = \sin\theta$$

D'où :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\partial A}{\partial \bar{\ell}} \cos\theta$$

$$\frac{\partial A}{\partial r} = \frac{\partial A}{\partial \bar{\ell}} \sin\theta$$

...

et :

$$A(r+\delta r,\ z+\delta z,\ \varepsilon'+\delta\varepsilon') =$$

$$A * \left\{ \delta(t) - \left(\frac{\delta\varepsilon'}{\varepsilon'} + \frac{\delta z}{z}\cos^2\theta + \frac{\delta r}{r}\sin^2\theta \right) \frac{\varepsilon' \ell}{\pi t^2} \right\}$$

Cherchons maintenant le développement au premier ordre de Π

$$\frac{\partial \Pi}{\partial z} = \frac{c}{\pi} \frac{z^2 + r^2 - a^2 - c^2t^2}{c^2t^2 - z^2} \frac{z}{\sqrt{4a^2r^2 - (c^2t^2 - r^2 - z^2 - a^2)^2}}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial c} = -\frac{1}{c}\Pi - \frac{ct^2}{z}\frac{\partial \Pi}{\partial z}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} = -\frac{c^2 t}{z}\frac{\partial \Pi}{\partial z}$$

Supposons d'abord que seul z varie : $z \rightarrow z + \delta z$

Cherchons δt tel que :

$$\Pi(t, z+\delta z) = \Pi(t+\delta t, z) = \Pi(t,z) * \delta(t+\delta t)$$

Soit au premier ordre :

$$\delta z \frac{\partial \Pi}{\partial z} = \delta t \frac{\partial \Pi}{\partial t}$$

...

D'où :

$$-\frac{c^2 t}{z}\,\delta t = \delta z$$

et :

$$\delta t = -\frac{z}{c^2 t}\cdot\delta z$$
$$\simeq -\frac{\delta z}{c}\cos\theta$$

D'où :

$$\Pi\,(t, z+\delta z) = \Pi(t, z) * \delta\left(t - \cos\theta\,\frac{\delta z}{c}\right)$$

De même, une variation de c peut s'écrire :

$$\Pi\,(t, c+\delta c) = \left(1+\frac{\delta c}{c}\right)\Pi(t, c) * \delta\left(t + t\frac{\delta c}{c}\right)$$

et :

$$\Pi\,(t, z+\delta z, c+\delta c) = \left(1+\frac{\delta c}{c}\right)\Pi(t, c, z) * \delta\left(t + t\frac{\delta c}{c} - \cos\theta\,\frac{\delta z}{c}\right)$$

...

Un développement rigoureux pour des variations, même très faibles, de τ, peut difficilement se simplifier car celles-ci modifient la durée du signal. En revanche, le principe de "déconvolution-piston" est un moyen d'étudier ces variations.

Finalement, nous pouvons écrire :

$$\prod (t,\ z+\delta z,\ c+\delta c,\ \varepsilon'+\delta\varepsilon') =$$

$$\prod (t, z, c, \varepsilon') \cdot \left(1 + \frac{\delta c}{c}\right)$$

$$* \left\{ \delta(t) - \left(\frac{\delta\varepsilon'}{\varepsilon'} + \frac{\delta z}{z} \cos^2\theta \right) \frac{\varepsilon' \bar{\ell}}{\pi t^2} \right\}$$

$$* \ \delta\left(t + \frac{\delta c}{c} t - \cos\theta \frac{\delta z}{c} \right)$$

...

D.VIII. - ETUDE DE LA FOCALISATION

Les raisonnements qui suivent sont effectués dans l'hypothèse simplificatrice d'un espace à deux dimensions (variables x et y) comme en (B.I.). L'extension des résultats à l'espace tridimensionel ne pose que des problèmes de lourdeur de calcul.

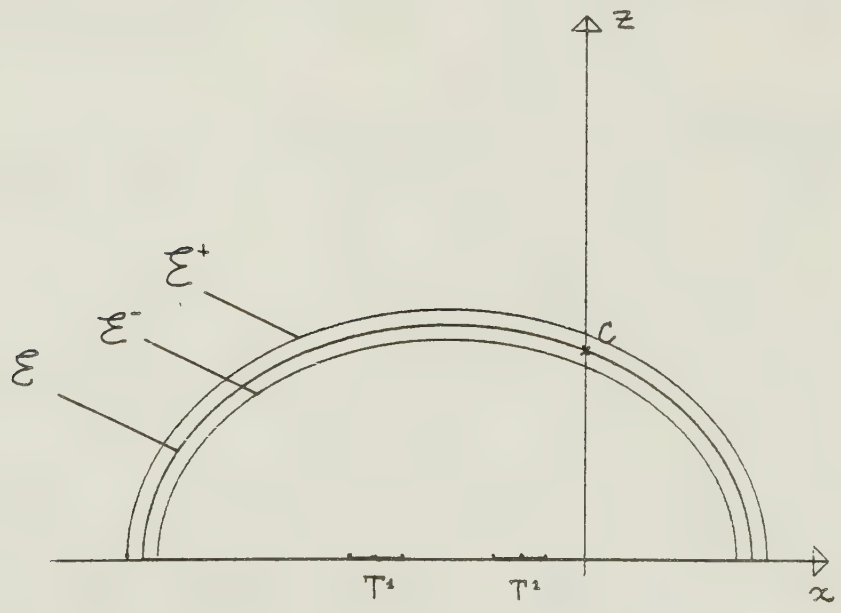
Soit une cible située en ($x_m = 0$, z_m).

Pour chaque couple (i) de transducteurs, définissons les ellipses : $\mathcal{E}_i$, $\mathcal{E}_i^+$, $\mathcal{E}_i^-$ par leurs demi-grands axes : A_i, A_i^+, A_i^-

$2A_i = cT_i$, T_i : durée du trajet acoustique transducteur 1-cible C-transducteur 2

$2A_i^+ = c(T_i + \tau)$

$2A_i^- = c(T_i - \tau)$



...

L'estimateur S_m^i pour le couple (i), pour la cible (x_m, z_m) s'écrivant : $S_m^i = \int_0^\tau \left| \sum_n \tilde{L}(t + \theta_{mi} - \theta_{ni}) \right|^2 dt$

nous voyons que toute cible ne se situant pas dans la couronne comprise entre $\mathcal{E}_i^-$ et $\mathcal{E}_i^+$ n'aura aucune contribution à S_m^i.

Considérons un cas particulier où l'on choisit les j-couples de transducteurs tels que la position du premier transducteur soit la même : $X_j^{(1)} = 0 \quad \forall j$. La cible C est alors sur l'axe de ce transducteur.

Définie en coordonnées polaires, l'équation de l'ellipse $\mathcal{E}$ s'écrit :

$$r = \frac{p}{1 - e\cos\theta}$$

avec :

$$p = z_m = \text{cste}$$

$$e = \frac{c}{A_j} = \frac{X_j^{(2)}}{c\,T_j}$$

$$c\,T_j = z_m + \sqrt{z_m^2 + \left(X_j^{(2)}\right)^2}$$

Etudions la variation de l'excentricité en fonction de $X_j^{(2)}$:

$$\frac{\partial e}{\partial X_j^{(2)}} = \frac{1}{z_m + \sqrt{z_m^2 + \left(X_j^{(2)}\right)^2}} \left\{ 1 - \frac{X_j^{(2)}}{z_m^2 + \left(X_j^{(2)}\right)^2} \cdot \frac{X_j^{(2)}}{z_m + \sqrt{z_m^2 + \left(X_j^{(2)}\right)^2}} \right\}$$

...

D'où pour $X_j^{(2)} \ll z_m$:

$$\frac{\partial e}{\partial X_j^{(2)}} = \frac{1}{2 z_m} \left\{ 1 - \frac{3}{4} \left(\frac{X_j^{(2)}}{z_m} \right)^2 + 0\left(\left(\frac{X_j^{(2)}}{z_m} \right)^3 \right) \right\}$$

On peut donc admettre que, dans un certain domaine de valeurs de $X_j^{(2)}$, l'excentricité varie linéairement avec $X_j^{(2)}$.

Soit maintenant une cible C', distincte de C, située en (x_n, z_n), distante de C d'au moins $c\tau$.

Soient R la distance de cette cible au transducteur 1
θ_0 l'angle entre l'axe Ox et le vecteur $\vec{R}$ joignant le transducteur 1 et la cible C'.

Nous allons admettre que dans le cas $X_j^{(2)} < z_m$, l'angle entre $\vec{R}$ et les ellipses $\mathcal{E}_j$ reste constant au premier ordre près et voisin de φ_0.

Alors, la distance entre C' et l'ellipse $\mathcal{E}_j$ s'écrit au premier ordre :

$$\Delta r_j = (R - r_j) \, |\sin \varphi_0|$$

or

$$r_j = \frac{p}{1 - e \cos \theta_0}$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{\partial (\Delta r_j)}{\partial (X_j^{(2)})} = \frac{p \, |\sin \varphi_0|}{(1 - e \cos \theta_0)^2} \cdot \frac{\partial e}{\partial X_j^{(2)}}$$

...

D'où le résultat important :

pour $X_j^{(2)} \ll z_m$, la distance entre C' et l'ellipse $\mathcal{E}_j$ varie linéairement avec $X_j^{(2)}$.

Démontrons maintenant que B'/A tend vers zéro si le nombre de couples tend vers l'infini.

Calculons pour une cible C' :

$$K = \sum_j \tilde{L}(t + \theta_{mj} - \theta_{nj}) = \sum_j \tilde{L}(t - \Theta_j^n)$$

Le nombre de couples tendant vers l'infini et $(\theta_{mj} - \theta_{nj}) = c\,\Delta\tau_j^n$ variant linéairement avec $X_j^{(2)}$, nous pouvons écrire :

$$K^n(t) = \sum_j \tilde{L}(t - \Theta_j^n)$$

$$\longrightarrow \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} \tilde{L}(t - \Theta)\, d\Theta$$

$$\simeq \int_{\overline{X}_1}^{\overline{X}_2} \tilde{L}(t - \chi \cdot \overline{X})\, d\overline{X}$$

X_1, X_2 étant les positions extrêmes prises par le transducteur (2) sur l'axe Ox.

Le signal $\tilde{L}(t)$ étant tel que :

$$\int_0^{\infty} \tilde{L}(t)\, dt = 0$$

(absence de fréquence zéro)

...

On voit que $K(t) \to 0$ pour une distribution linéaire de transducteurs sur l'axe Ox.

Le résultat pour n cibles distinctes de C et pour l'estimateur S_m en découle de manière évidente :

$$S_m = \int_0^\tau \left| \sum_{j,n} \tilde{L}\left(t + \theta_{mj} - \theta_{nj}\right) \right|^2 dt = \int_0^\tau \left| \sum_m K^m(t) \right|^2 dt$$

$$\longrightarrow \quad 0$$

Ce résultat serait assez difficile à démontrer rigoureusement, sans approximation.

Son intérêt majeur est de montrer que la focalisation ainsi effectuée est indépendante de la distribution de cibles dans le milieu. Cependant, cette focalisation, pour être effective, nécessite un grand nombre de couples de mesure.

...

D.IX. - ASPECT THEORIQUE DE LA "DECONVOLUTION-PISTON"

Nous reprenons les mêmes notations géométriques qu'en § B.I.

Soient deux transducteurs identiques, a = 2,65 mm (rayon utile des transducteurs expérimentaux) et tels que L_t = 30 mm .

Soit une cible située à z = 86 mm (x,y,z)

L = 0 mm

Nous connaissons expérimentalement $\widetilde{G}(t)$, convolution des réponses acousto-électriques du transducteur émetteur et du transducteur récepteur et du signal émis.

Posons :

$$S(t) = \widetilde{G}(t) * \Pi^{(1)}(x,y,z) * \Pi^{(2)}(x,y,z)$$

Sur ce signal $S(t)$, la déconvolution-piston consiste à calculer pour le point visé (x_m, y_m, z_m)

$$S^m(t) = S(t) \overset{-1}{*} \Pi^{(1)}(x_m,y_m,z_m) \overset{-1}{*} \Pi^{(1)}(x_m,y_m,z_m)$$

Si la cible se trouve sur le point visé :

$$(x_m, y_m, z_m) = (x, y, z)$$

et

$$S^m(t) = \widetilde{G}(t)$$

...

Effectuons maintenant la déconvolution-piston en $(x_m, y_m, z_m) \neq (x, y, z)$

Etudions :

$$R^{(1)}(t) = \Pi^{(1)}(x,y,z) \overset{-1}{*} \Pi^{(1)}(x_m, y_m, z_m)$$

$$\hat{R}^{(1)} = \frac{\hat{\Pi}^{(1)}(x,y,z)}{\hat{\Pi}^{(1)}(x_m, y_m, z_m)}$$

On voit alors que $\hat{R}^{(1)}$ sera indéfini pour les valeurs de ν annulant $\hat{\Pi}^{(1)}(x_m, y_m, z_m)$

Prenons, pour $\hat{\Pi}$, le résultat (B.I.a.3) calculé dans le cas de petits transducteurs avec cible en champ lointain :

$$\hat{\Pi} = \frac{a^2}{\bar{\ell}} \cdot \frac{J_1(\pi t_s \nu)}{\pi t_s \nu} \; e^{2j\pi \frac{\bar{\ell}}{c} \nu}$$

$\hat{\Pi}$ s'annule pour $\nu_1 \simeq \frac{1,22}{\pi t_s} = 1,22 \frac{c\bar{\ell}}{2\pi a r}$

...

et nous savons qu'au voisinage de ν_1 :

$$J_1(\pi t_s \nu) \simeq -\pi t_s (\nu - \nu_1)$$

d'où :

$$\widehat{\Pi} \sim (\nu - \nu_1)$$

On en déduit qu'au premier ordre :

$$\widehat{R}^{(1)} \sim \frac{1}{\nu - \nu_1}$$

au voisinage de ν_1 .

Notons que :

$$\frac{1}{\nu+\nu_1} - \frac{1}{\nu-\nu_1} \xrightarrow{TF^{-1}} \operatorname{sgn}(t) \cdot \sin(2\pi\nu_1 t)$$

On peut donc conclure que $R^{(1)}$ sera une fonction périodique faiblement amortie de période ν_1 :

$$\nu_1 \simeq \frac{1{,}22\, c\, \bar{\ell}_1}{2\pi a r_1}$$

soit :

$$\omega_1 = 1{,}22 \frac{c\ell_1}{a r_1}$$

...

Nous poserons :

$$R^{(1)}(t) = F(t, \omega_1)$$

De même pour le second transducteur :

$$R^{(2)}(t) = F(t, \omega_2) \qquad \omega_2 \simeq 1{,}22 \frac{c\,\overline{l_2}}{a\,r_2}$$

On peut alors écrire :

$$S^m(t) = \widetilde{G}(t) * F(t, \omega_1) * F(t, \omega_2)$$

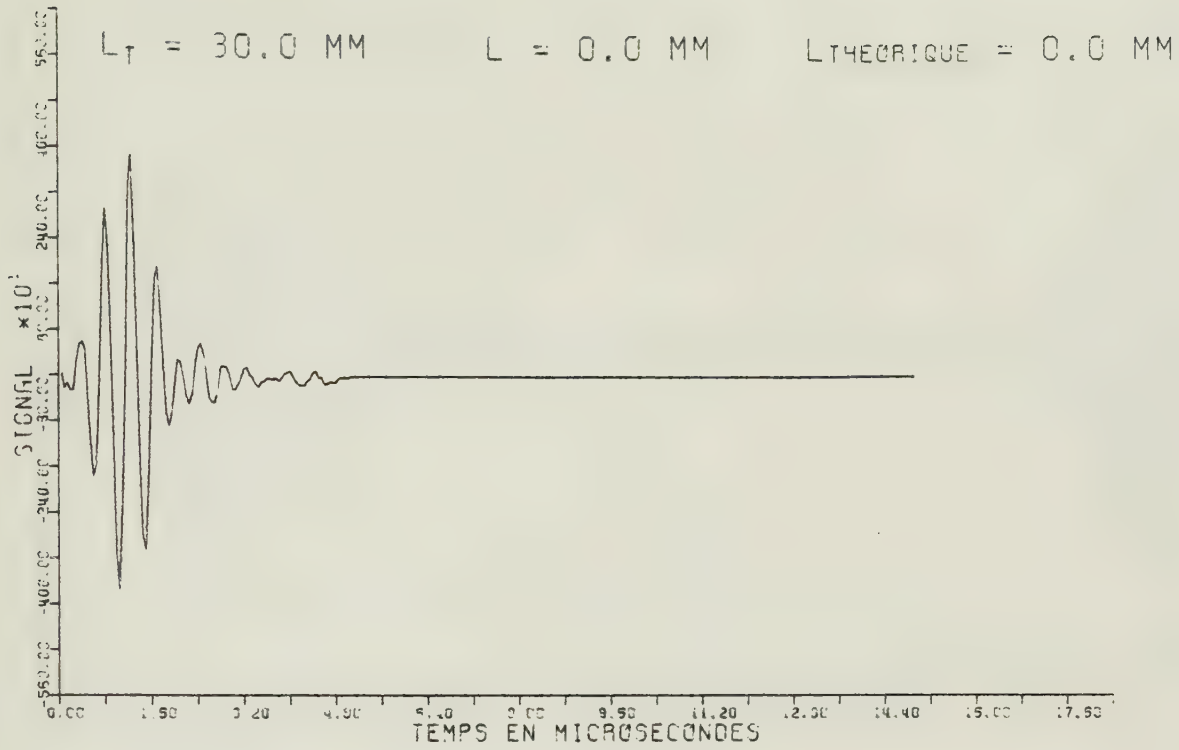
$S^m(t)$ aura l'allure d'un signal périodique faiblement amorti de fréquence variable selon le point visé.

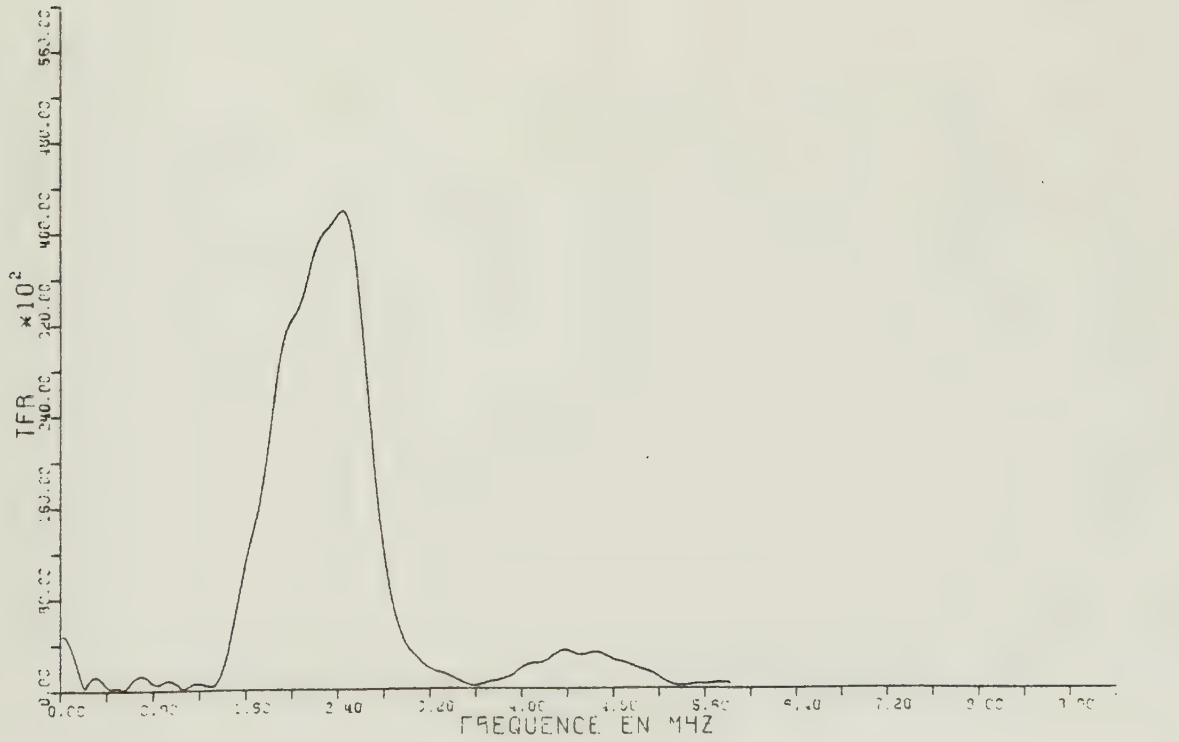
Nous illustrons ce raisonnement par trois simulations :

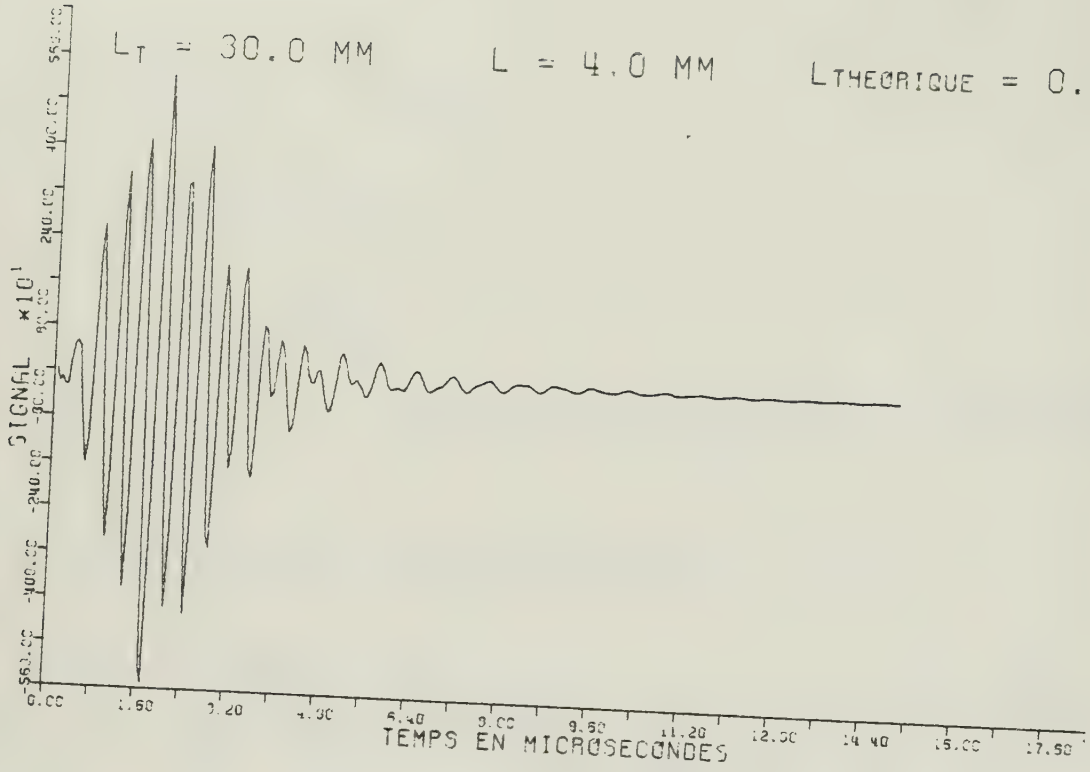
- L = 0. mm (le point visé est celui où se trouve la cible)
- L = 4. mm
- L = 8. mm

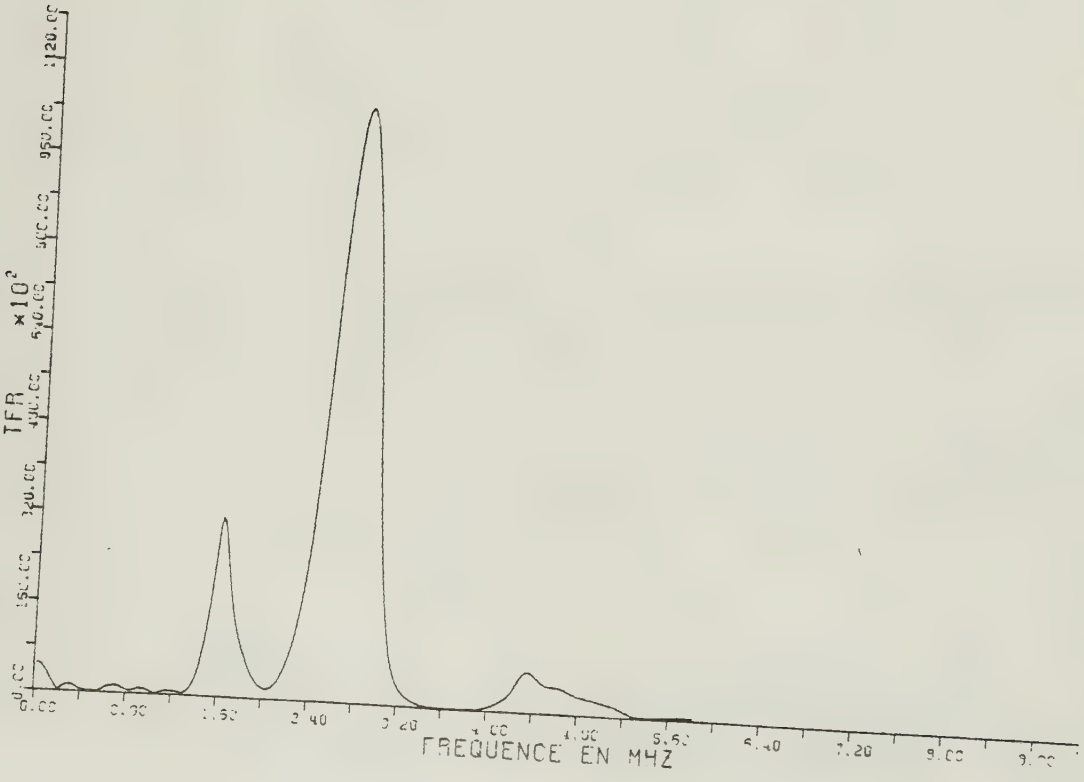
$\widetilde{G}(t)$ étant le fichier obtenu expérimentalement lors des acquisitions de données.

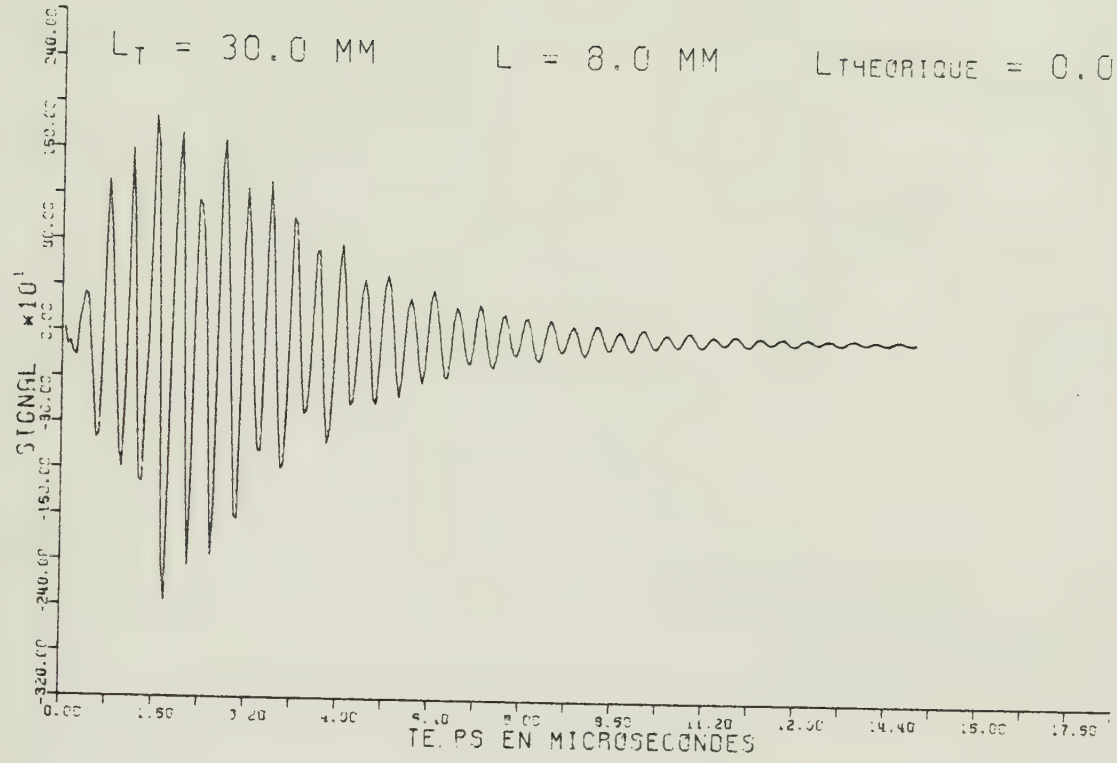
...

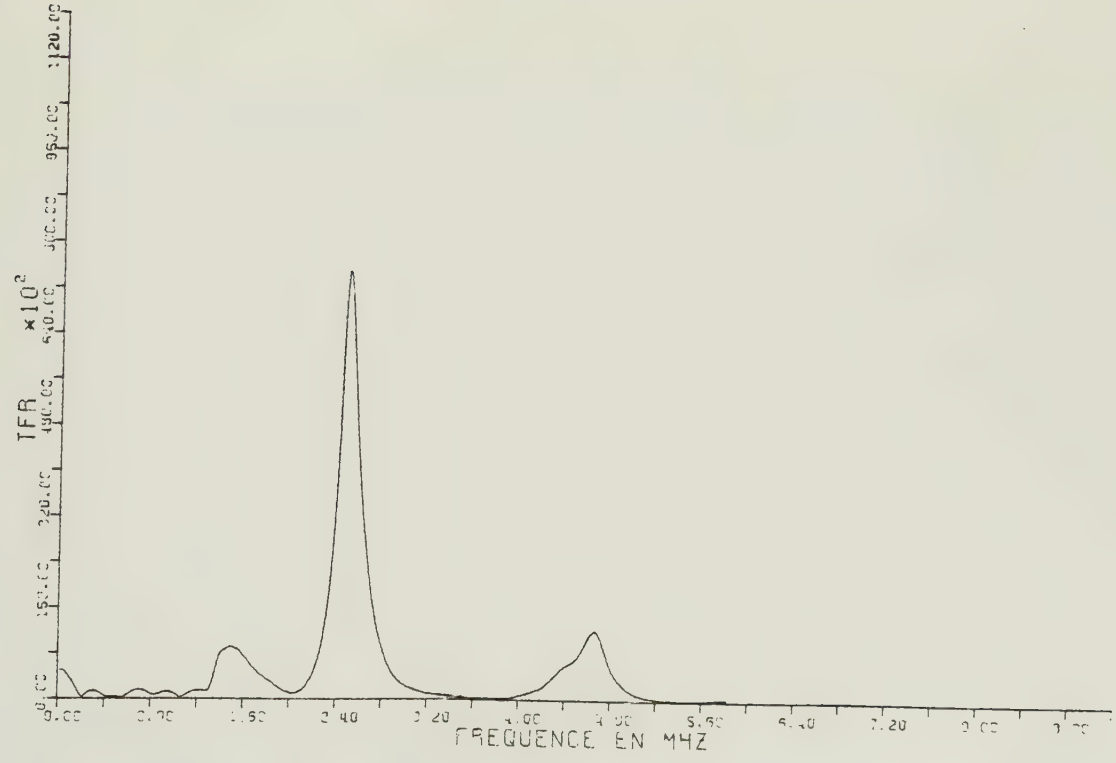

L_T = 30.0 MM
L = 0.0 MM
LTHEORIQUE = 0.0 MM
SIGNAL *10³
TEMPS EN MICROSECONDES


TFR *10²
FREQUENCE EN MHZ


L_T = 30.0 MM
L = 4.0 MM
LTHEORIQUE = 0.0 MM
SIGNAL ×10¹
TEMPS EN MICROSECONDES

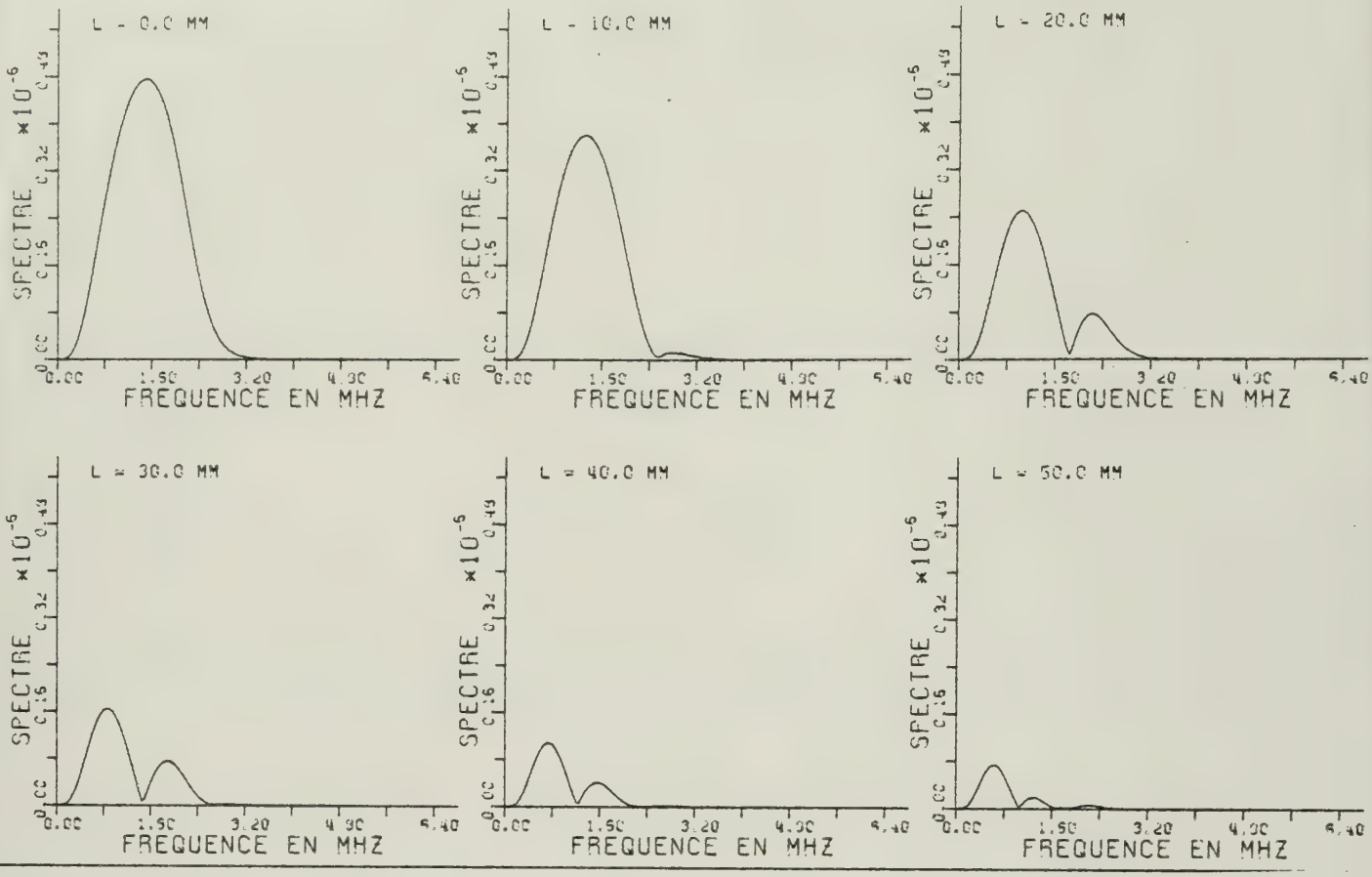

TFR ×10²
FREQUENCE EN MHZ


L_T = 30.0 MM
L = 8.0 MM
LTHEORIQUE = 0.0 MM
SIGNAL ×10¹
TEMPS EN MICROSECONDES

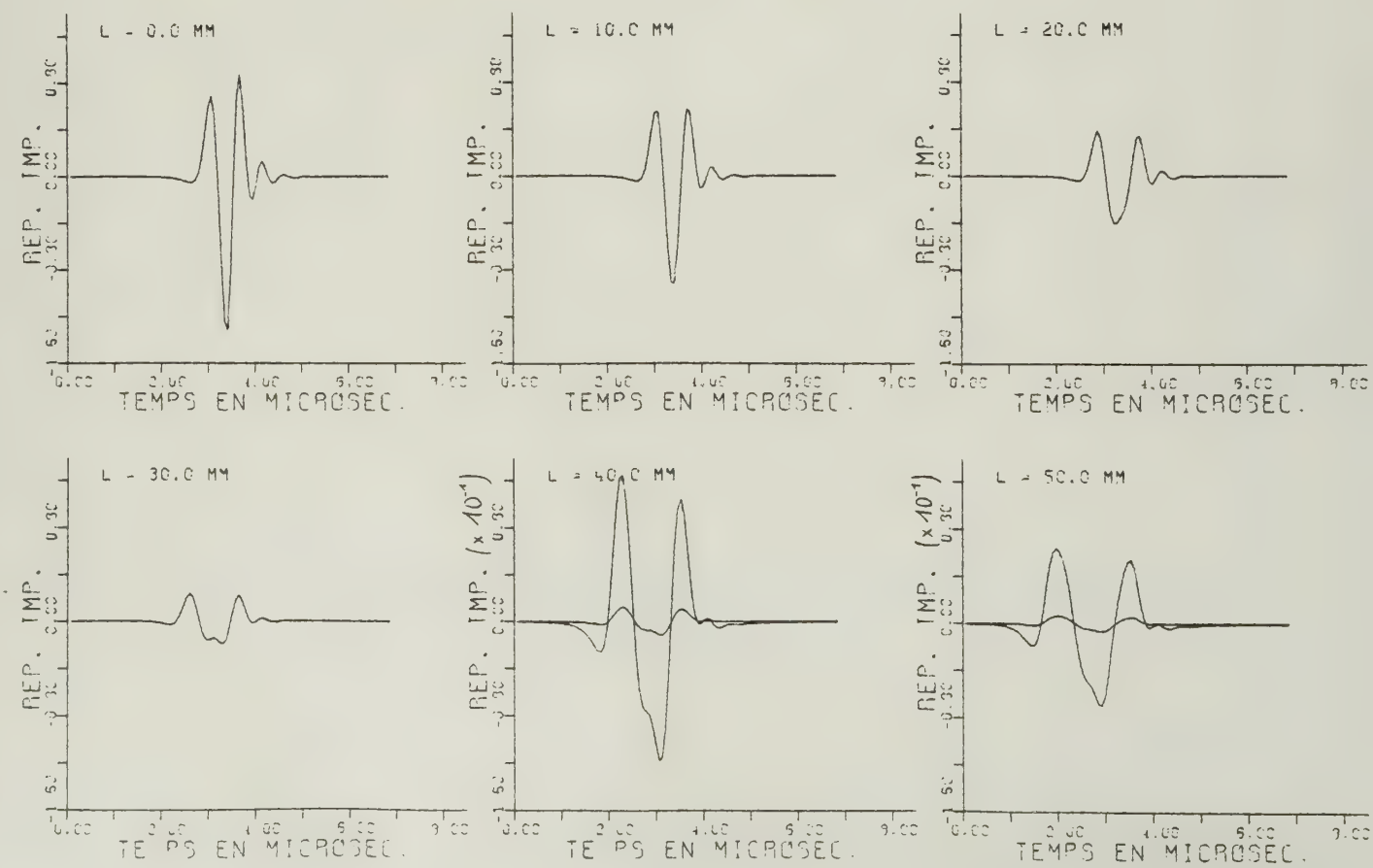

TFR ×10²
FREQUENCE EN MHZ

- F I G U R E S -

2A = 200.0 MM D = 3.0 MM L_T = 30.0 MM μ = 1.0 DB/CM/MHZ



2A = 200.0 MM D = 3.0 MM L_T = 30.0 MM μ = 1.0 DB/CM/MHZ

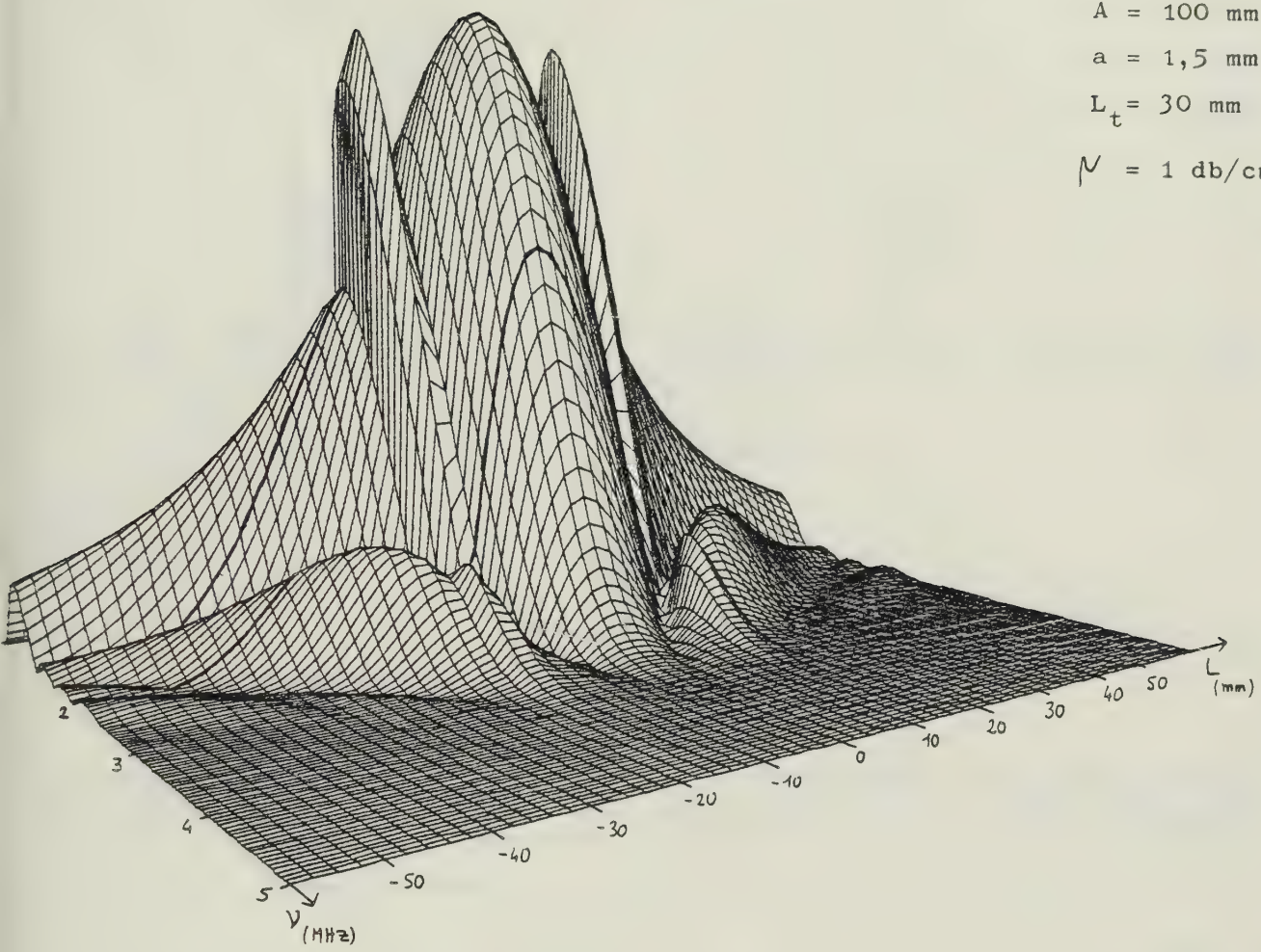


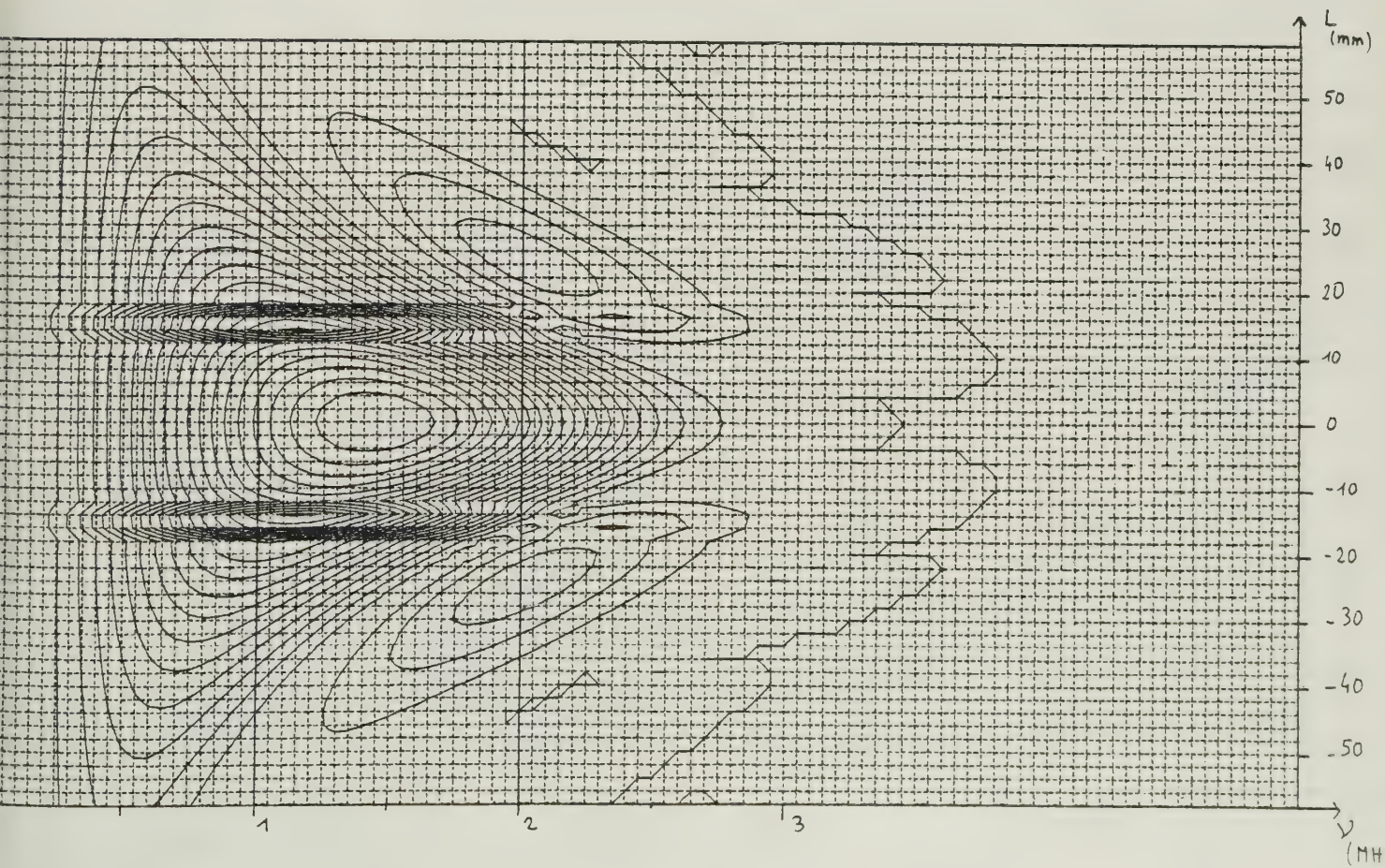
A = 100 mm

a = 1,5 mm

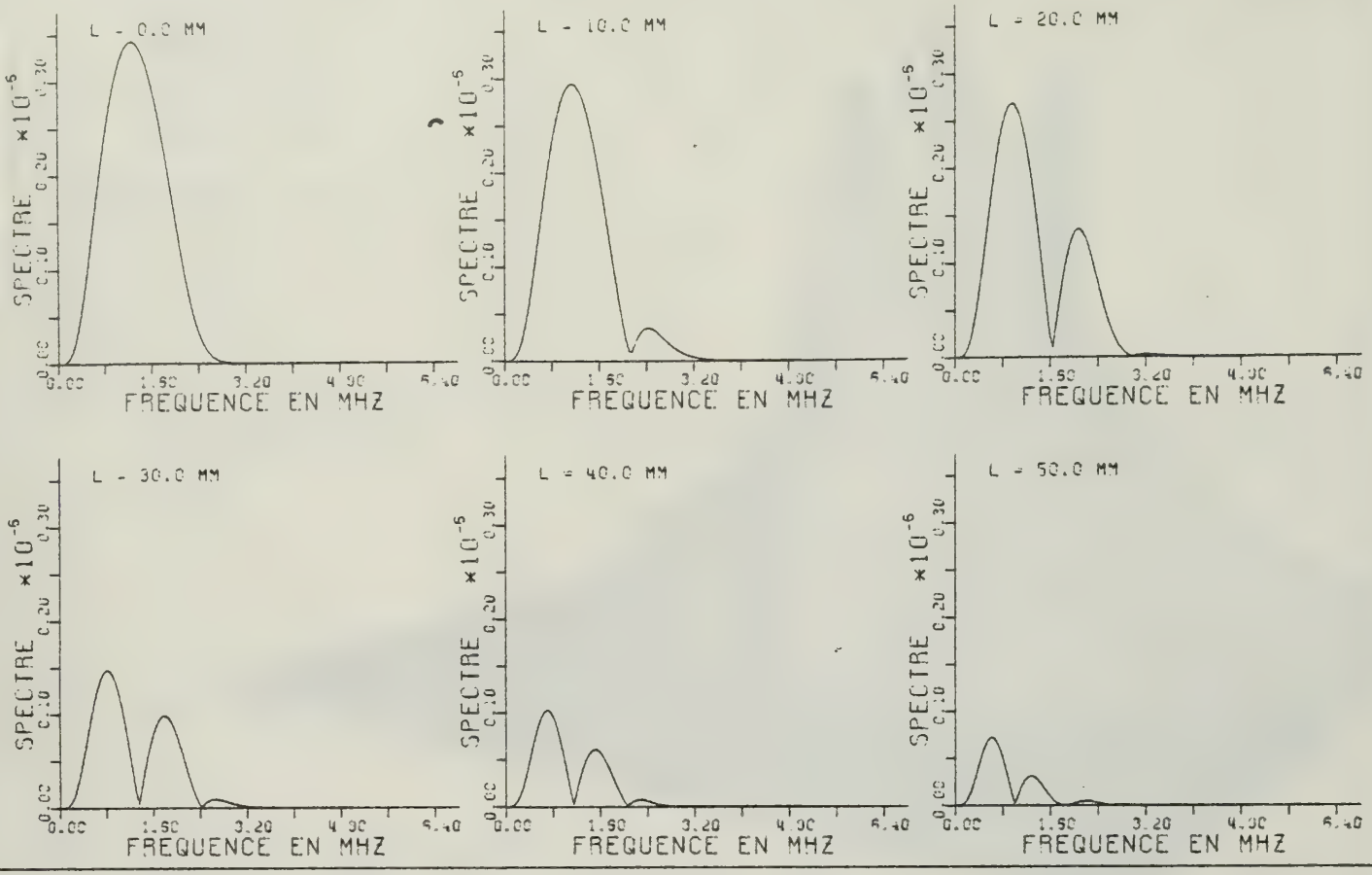
L_t = 30 mm

μ = 1 db/cm/MHz

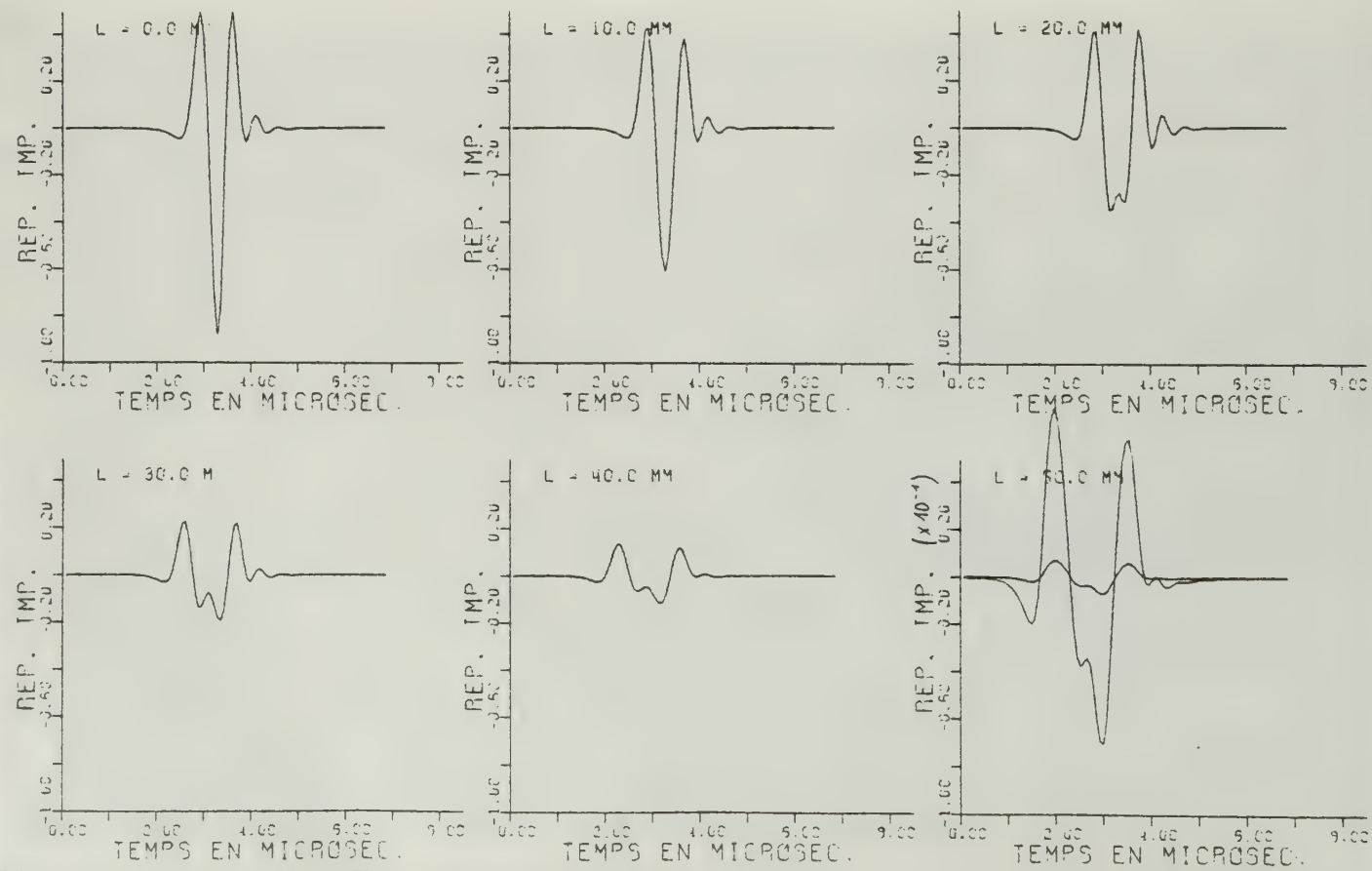


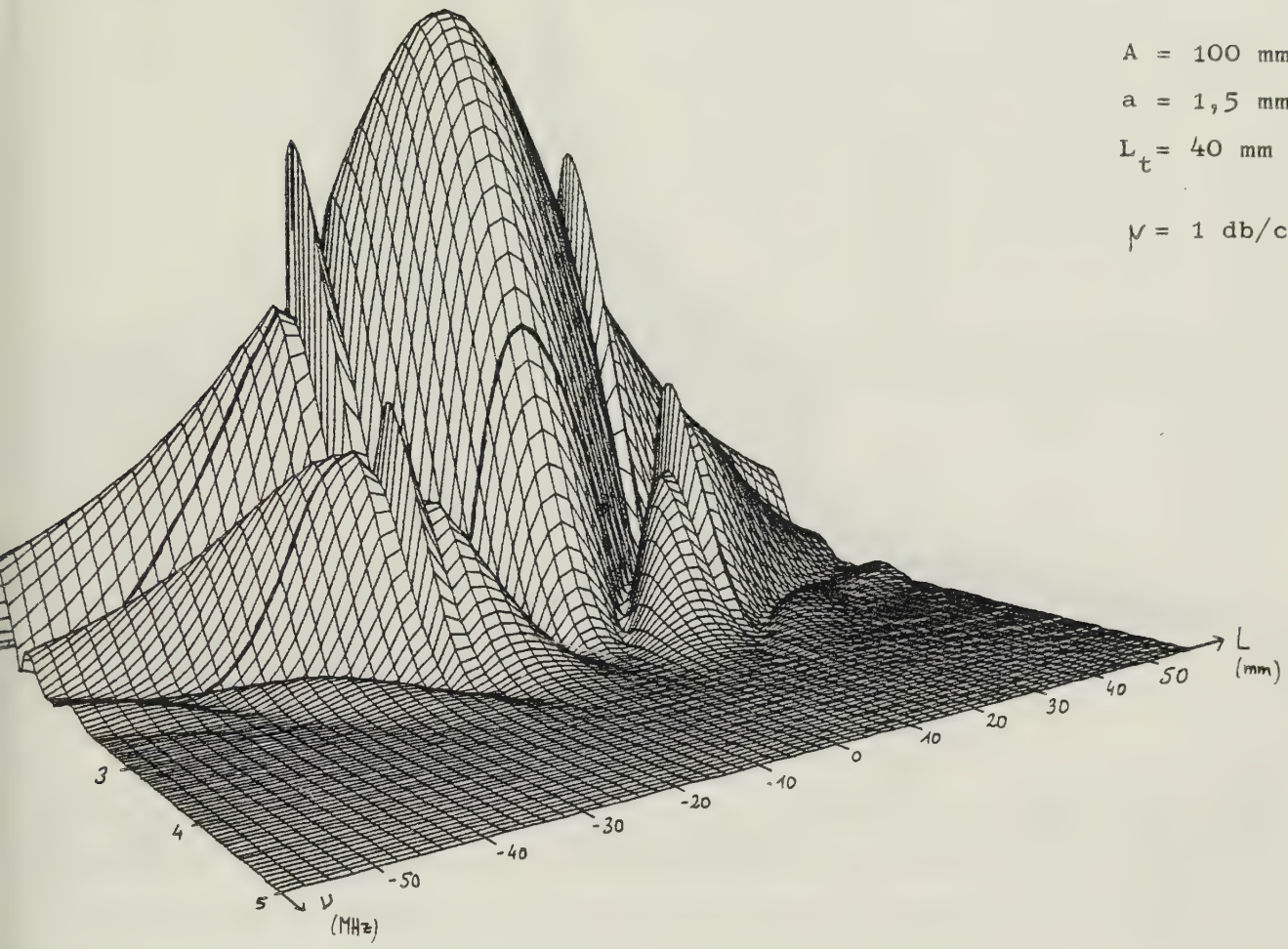


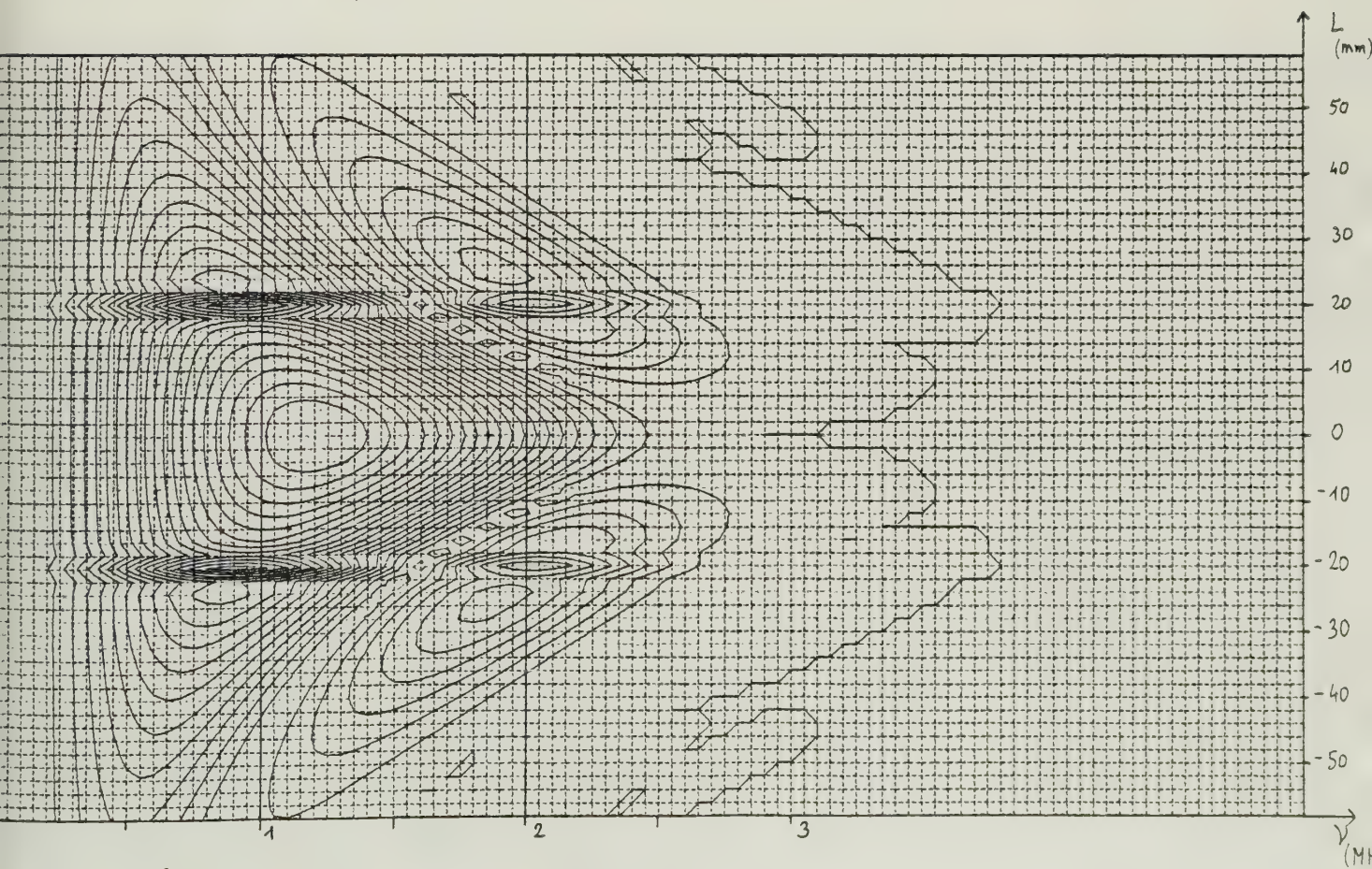
2A = 200.0 MM D = 3.0 MM L_T = 40.0 MM μ = 1.0 DB/CM/MHZ



2A = 200.0 MM D = 3.0 MM L_T = 40.0 MM μ = 1.0 DB/CM/MHZ

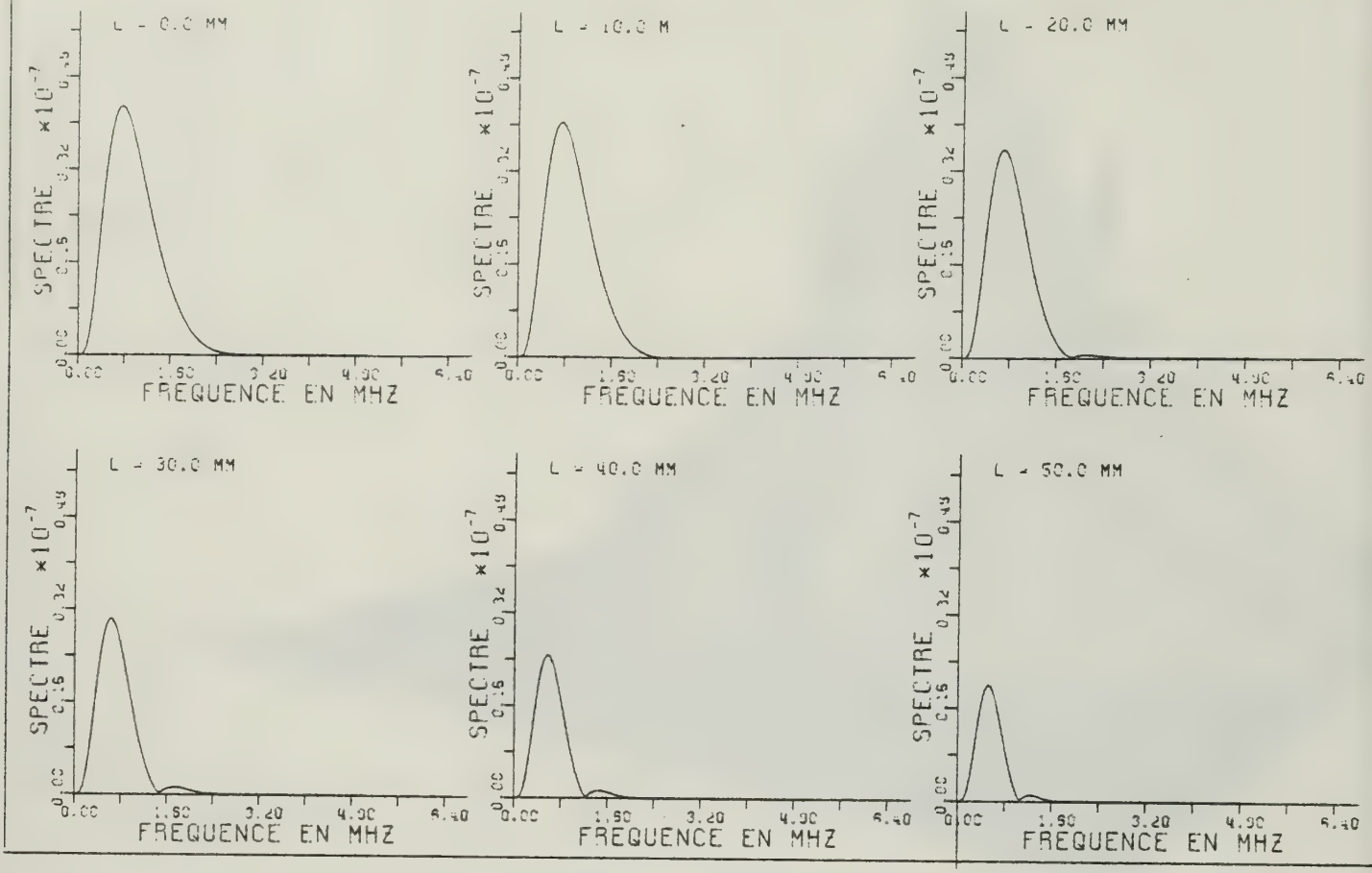



A = 100 mm
a = 1,5 mm
L_t = 40 mm
μ = 1 db/cm/MHz
L (mm)
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
3
4
5
ν (MHz)

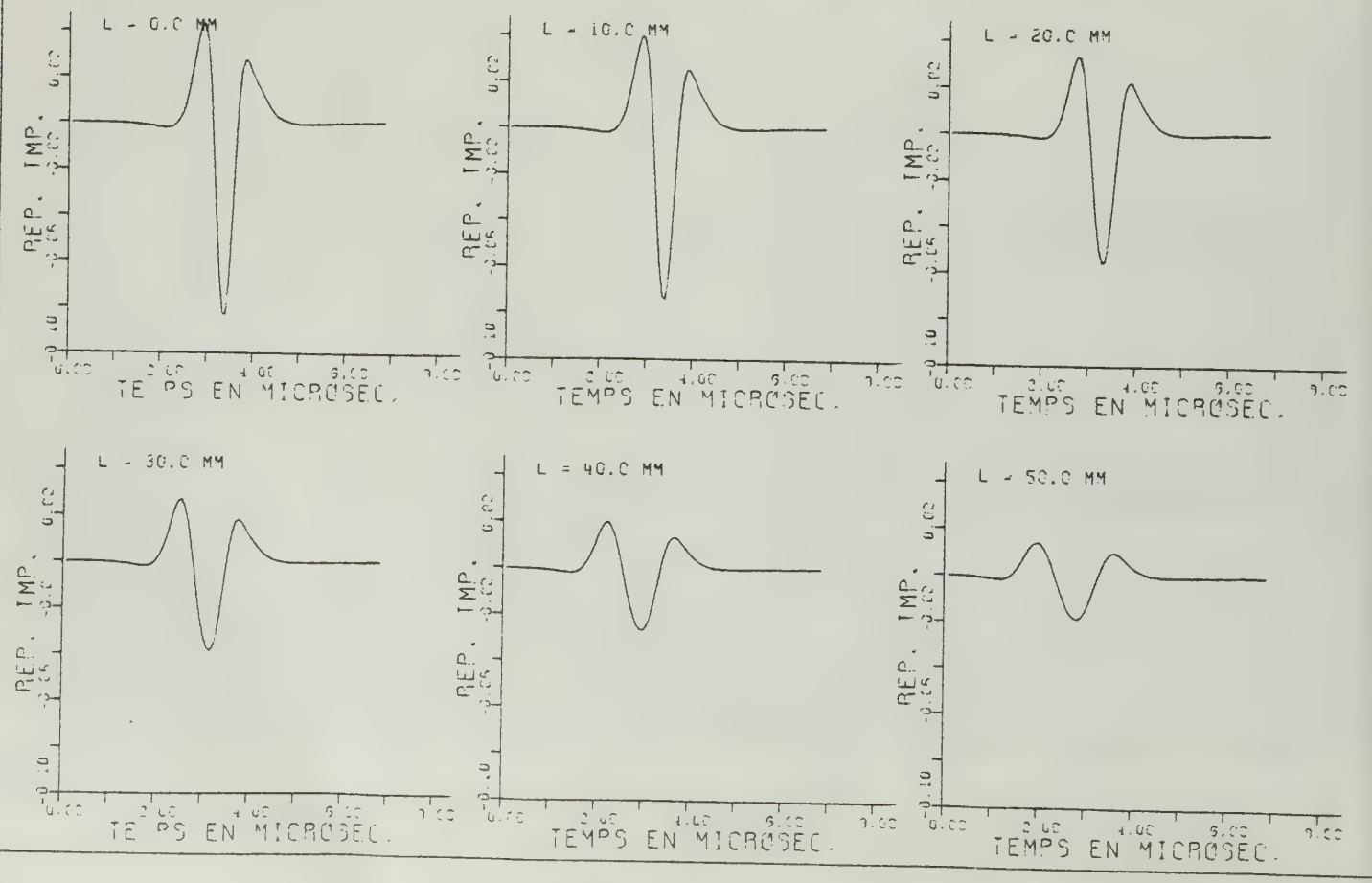

L (mm)
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
1
2
3
ν (MH

F.B.I.2

2A = 200.0 MM D = 3.0 M L_T = 30.0 MM μ = 2.0 DB/CM/MHZ



2A = 200.0 MM D = 3.0 MM L_T = 30.0 MM μ = 2.0 DB/CM/MHZ

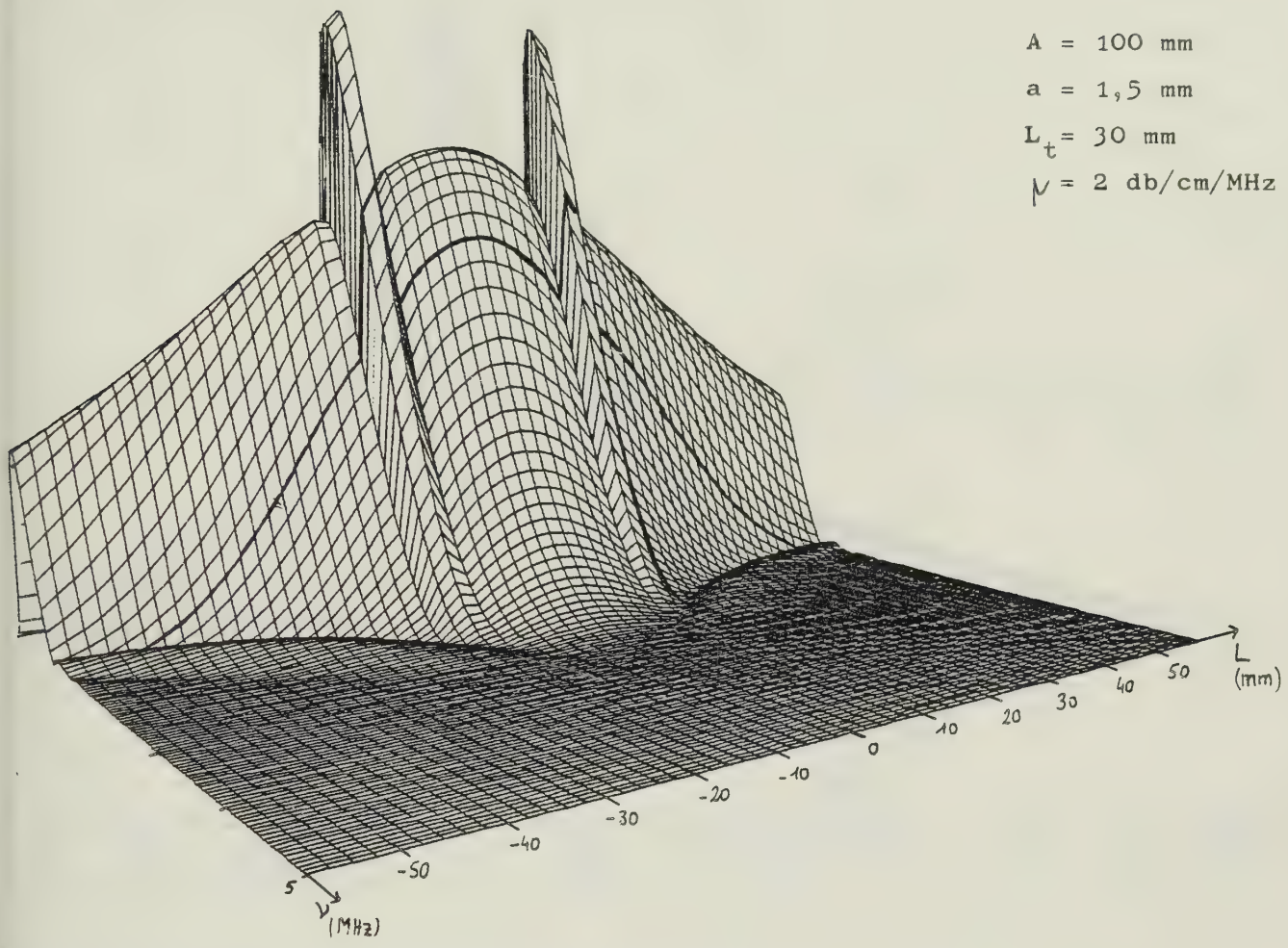


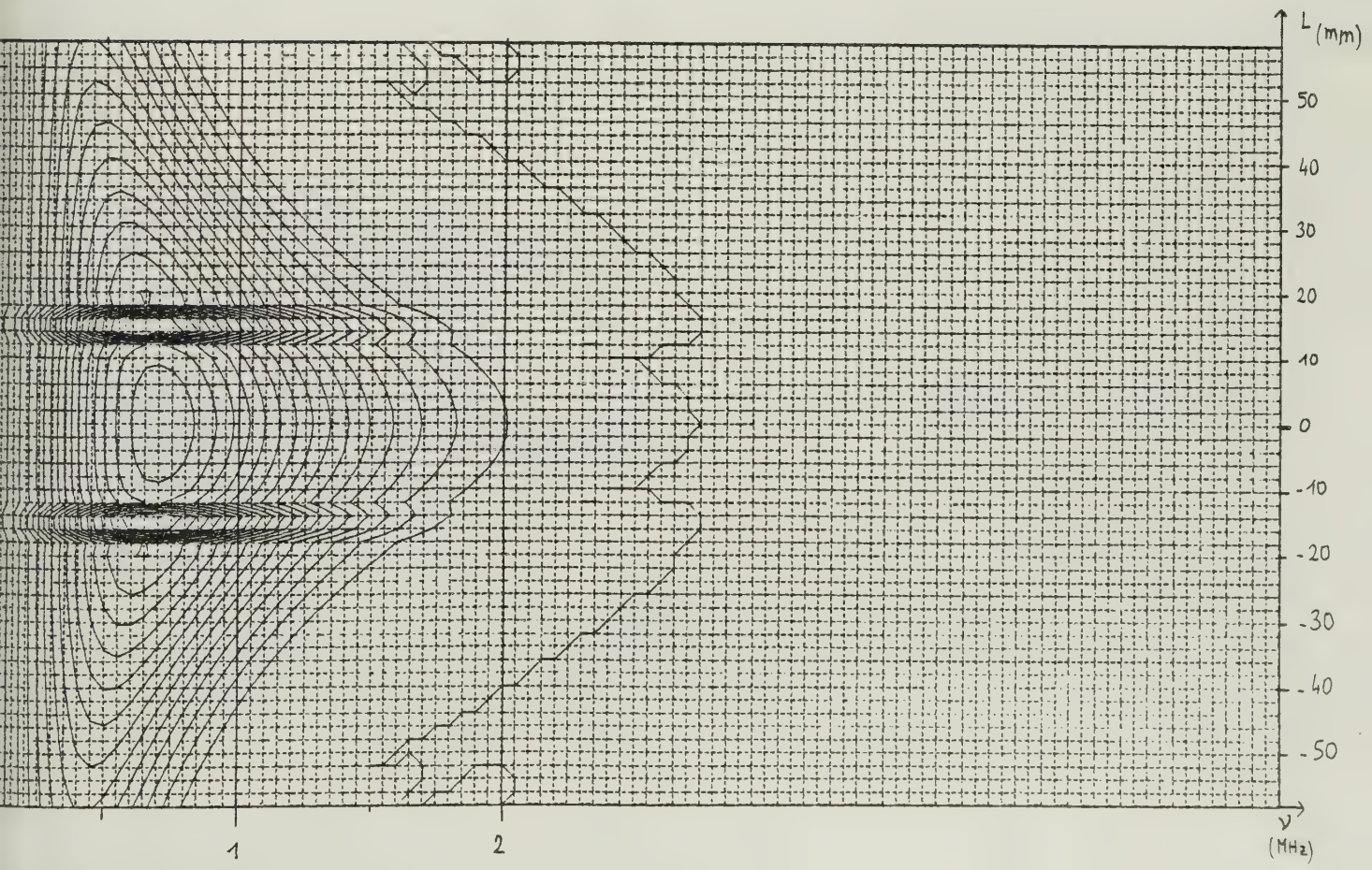
A = 100 mm

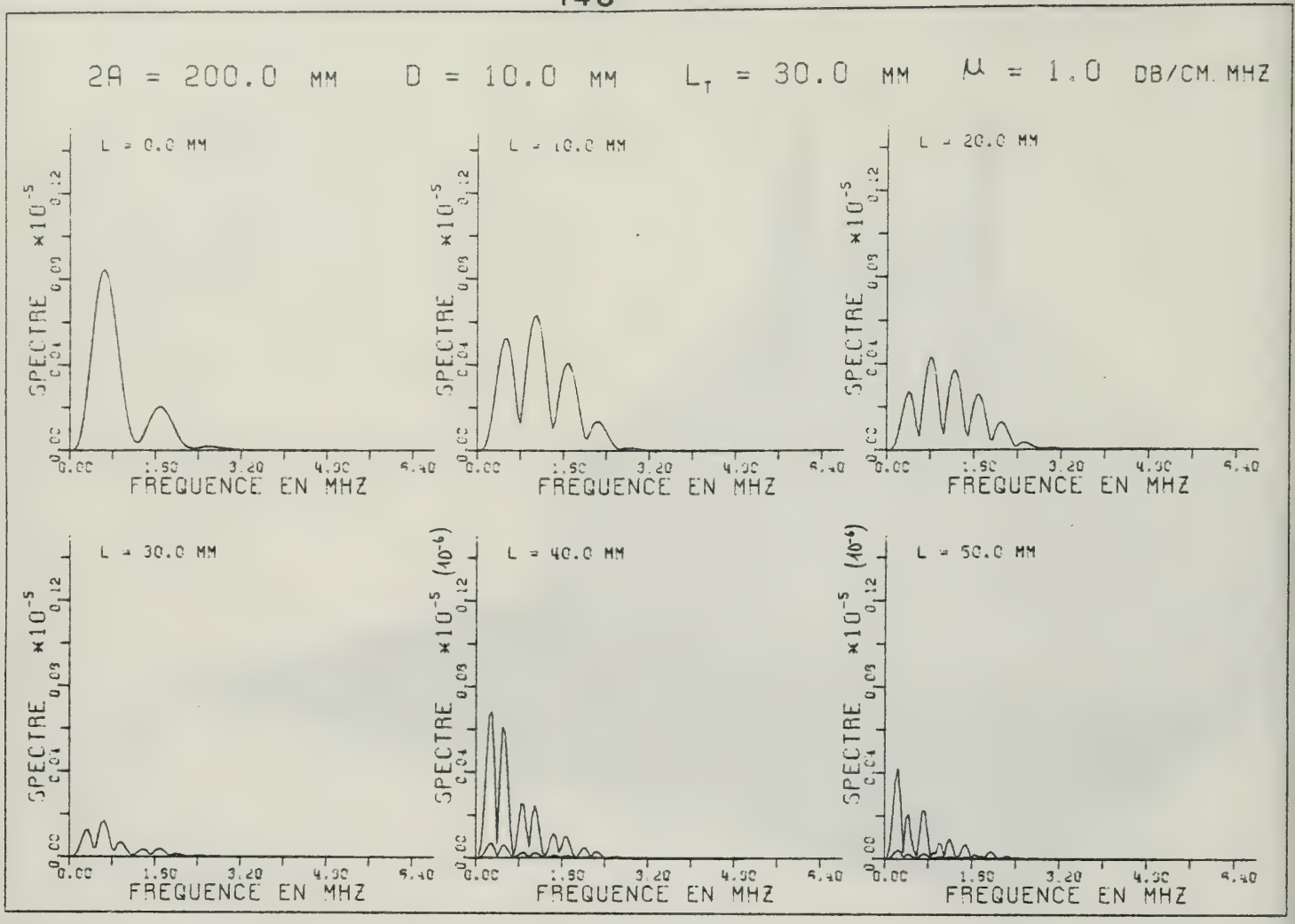
a = 1,5 mm

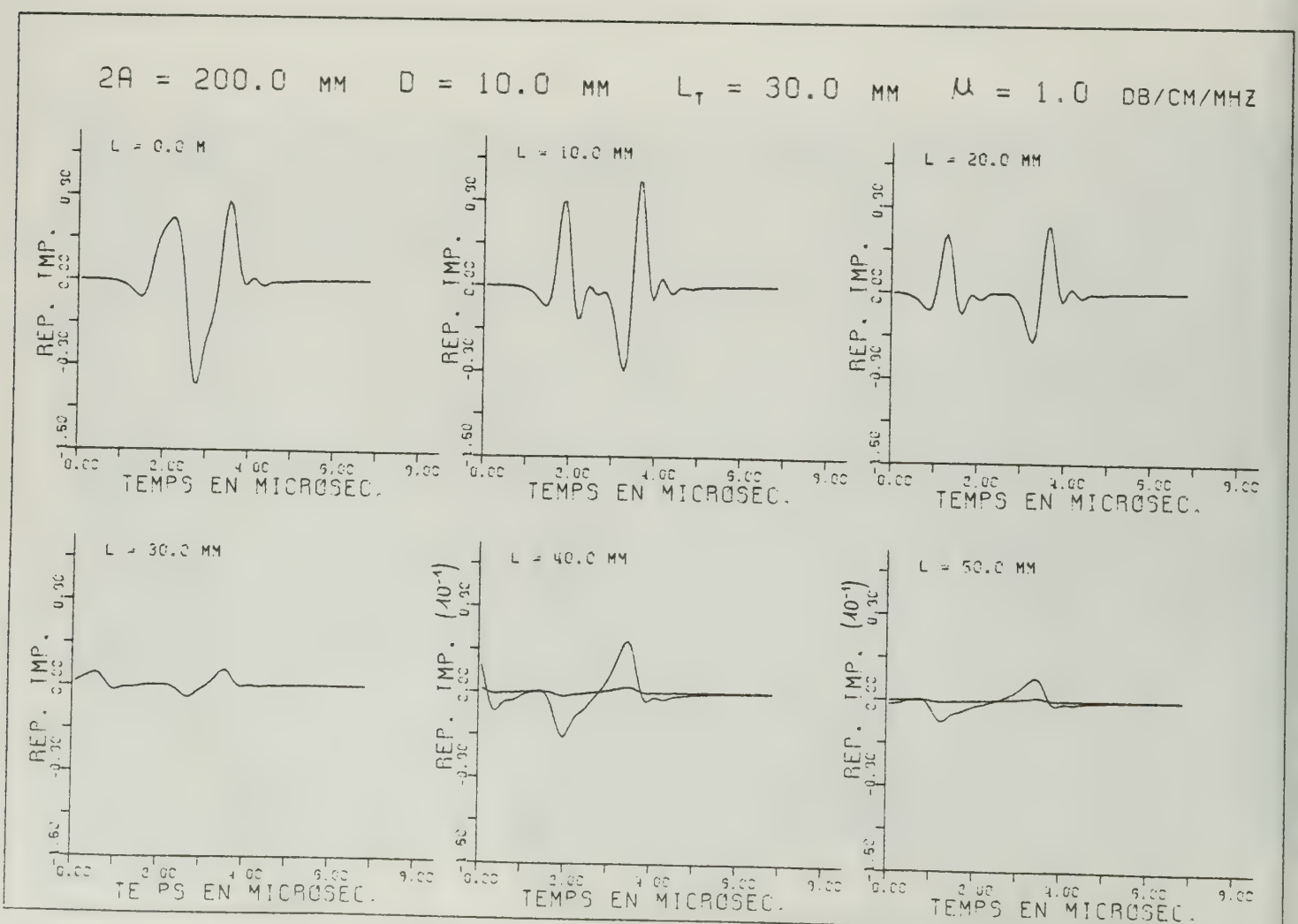
L_t = 30 mm

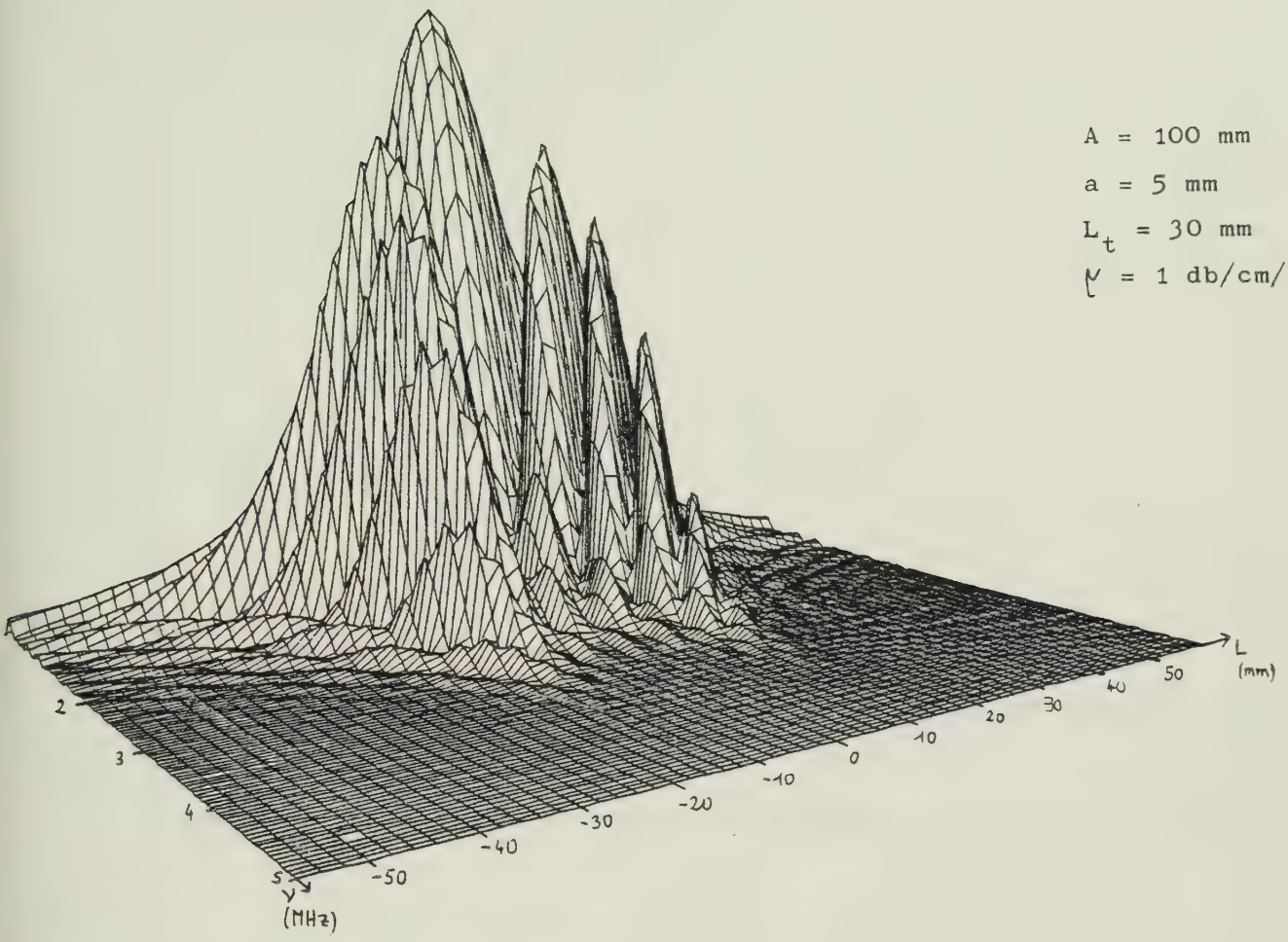
μ = 2 db/cm/MHz

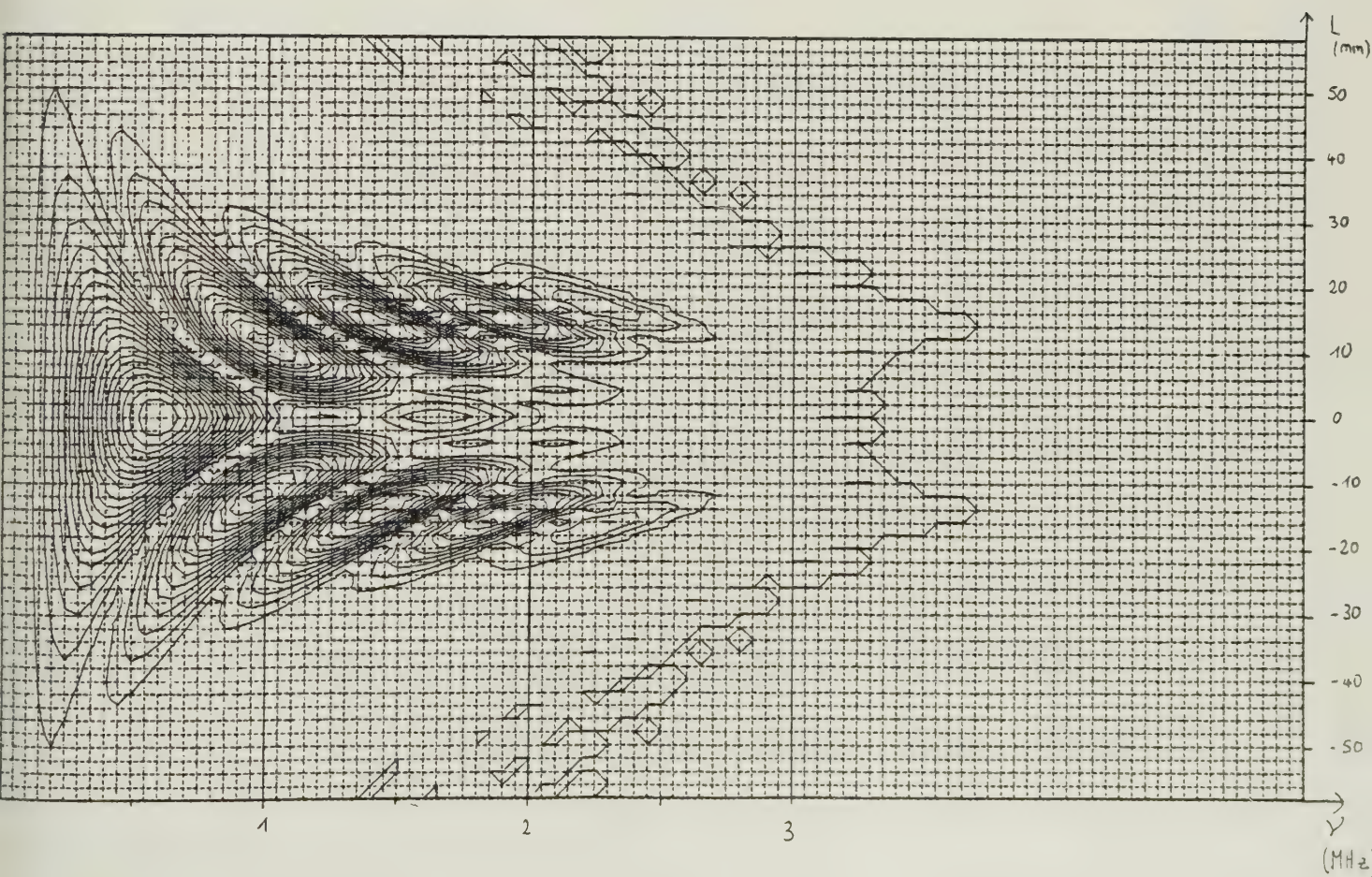




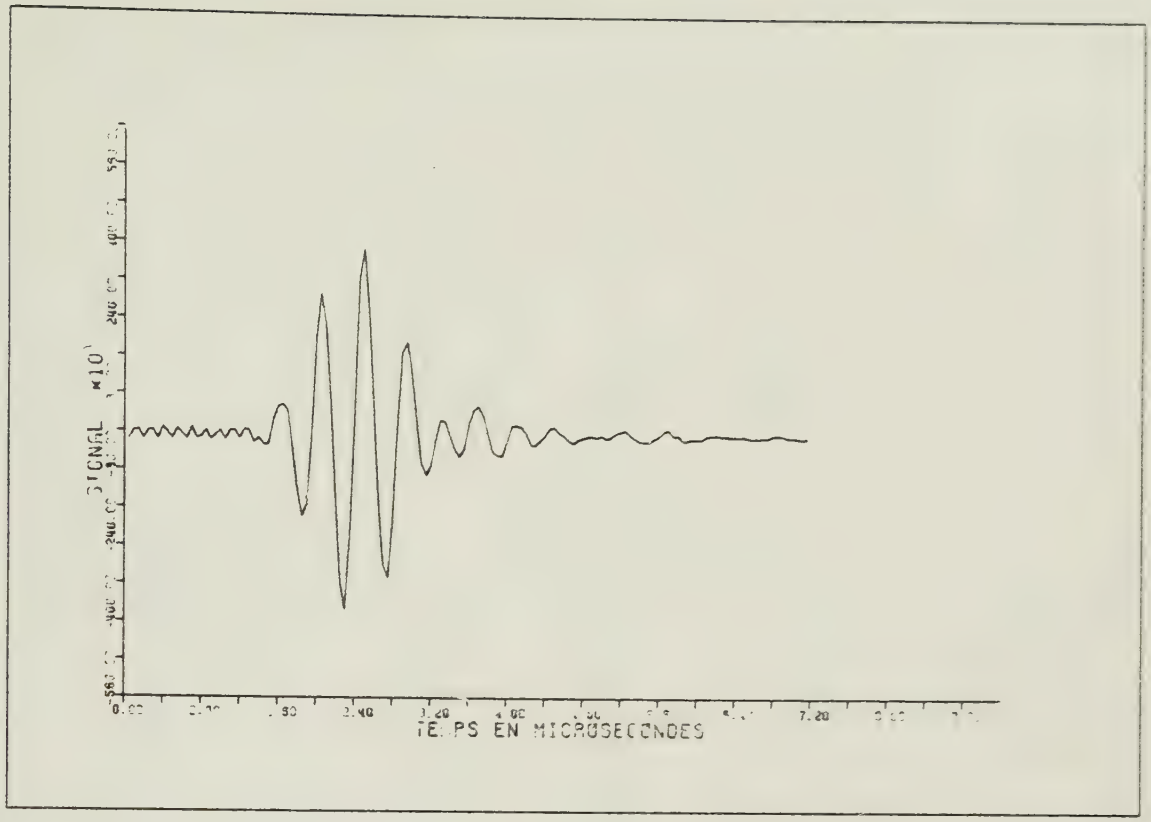

2A = 200.0 MM D = 10.0 MM L_T = 30.0 MM μ = 1.0 DB/CM.MHZ
L = 0.0 MM
L = 10.0 MM
L = 20.0 MM
L = 30.0 MM
L = 40.0 MM
L = 50.0 MM
SPECTRE *10-5
(10-6)
FREQUENCE EN MHZ

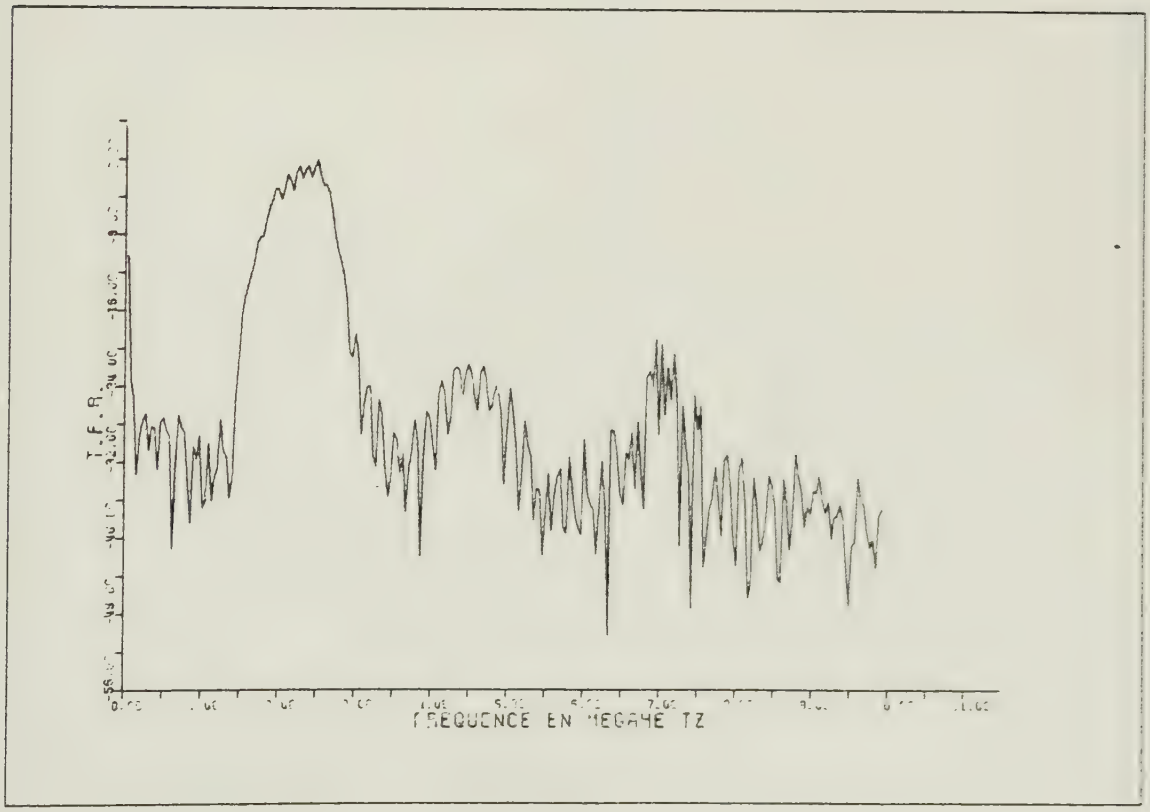

2A = 200.0 MM D = 10.0 MM L_T = 30.0 MM μ = 1.0 DB/CM/MHZ
L = 0.0 M
L = 10.0 MM
L = 20.0 MM
L = 30.0 MM
L = 40.0 MM
L = 50.0 MM
REP. IMP.
(10-1)
TEMPS EN MICROSEC.


A = 100 mm
a = 5 mm
L_t = 30 mm
ν = 1 db/cm/MHz
L (mm)
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
2
3
4
5
ν (MHz)

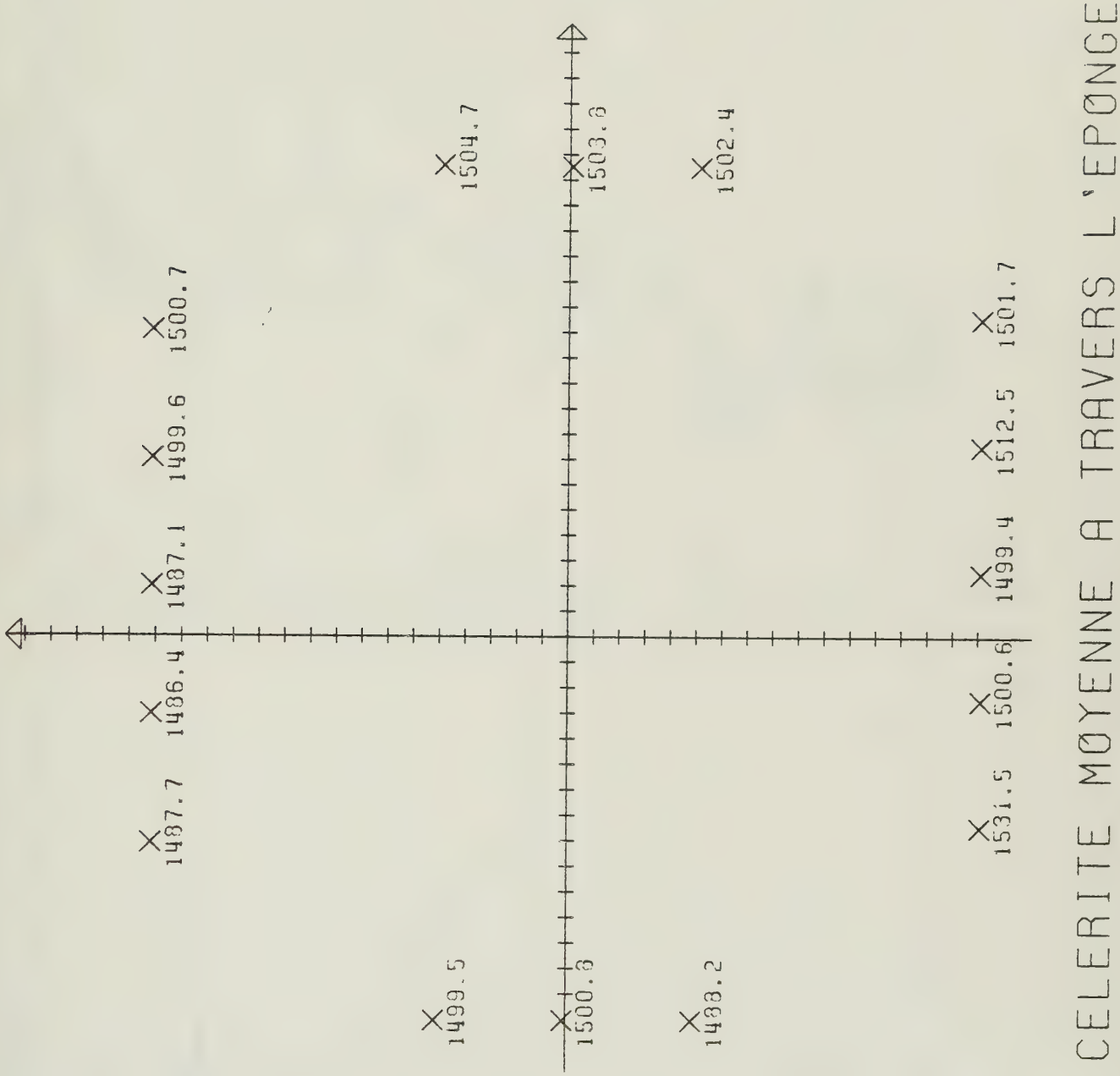

L (mm)
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
1
2
3
ν (MHz)

F.B.I.4

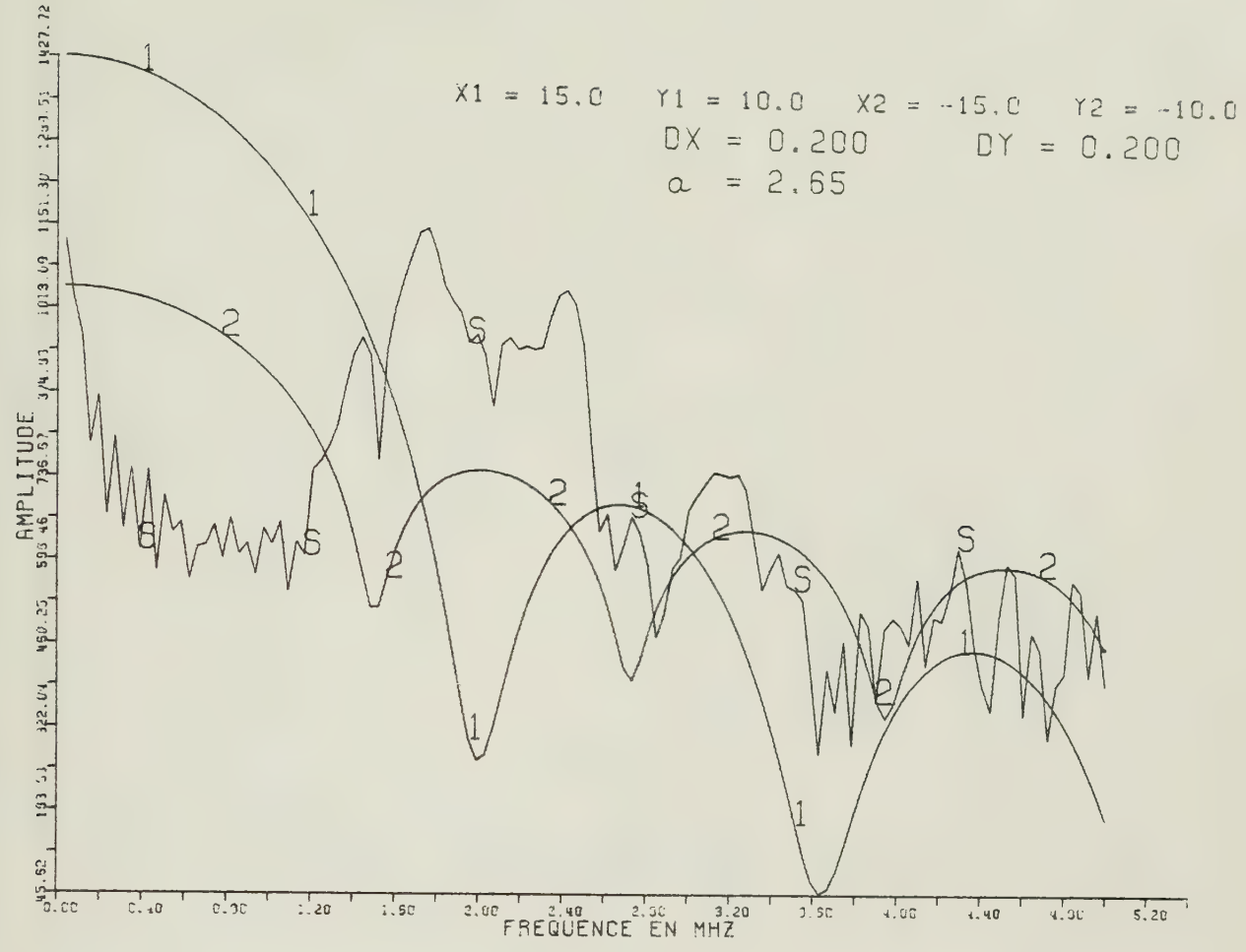

SIGNAL x10
TEMPS EN MICROSECONDES

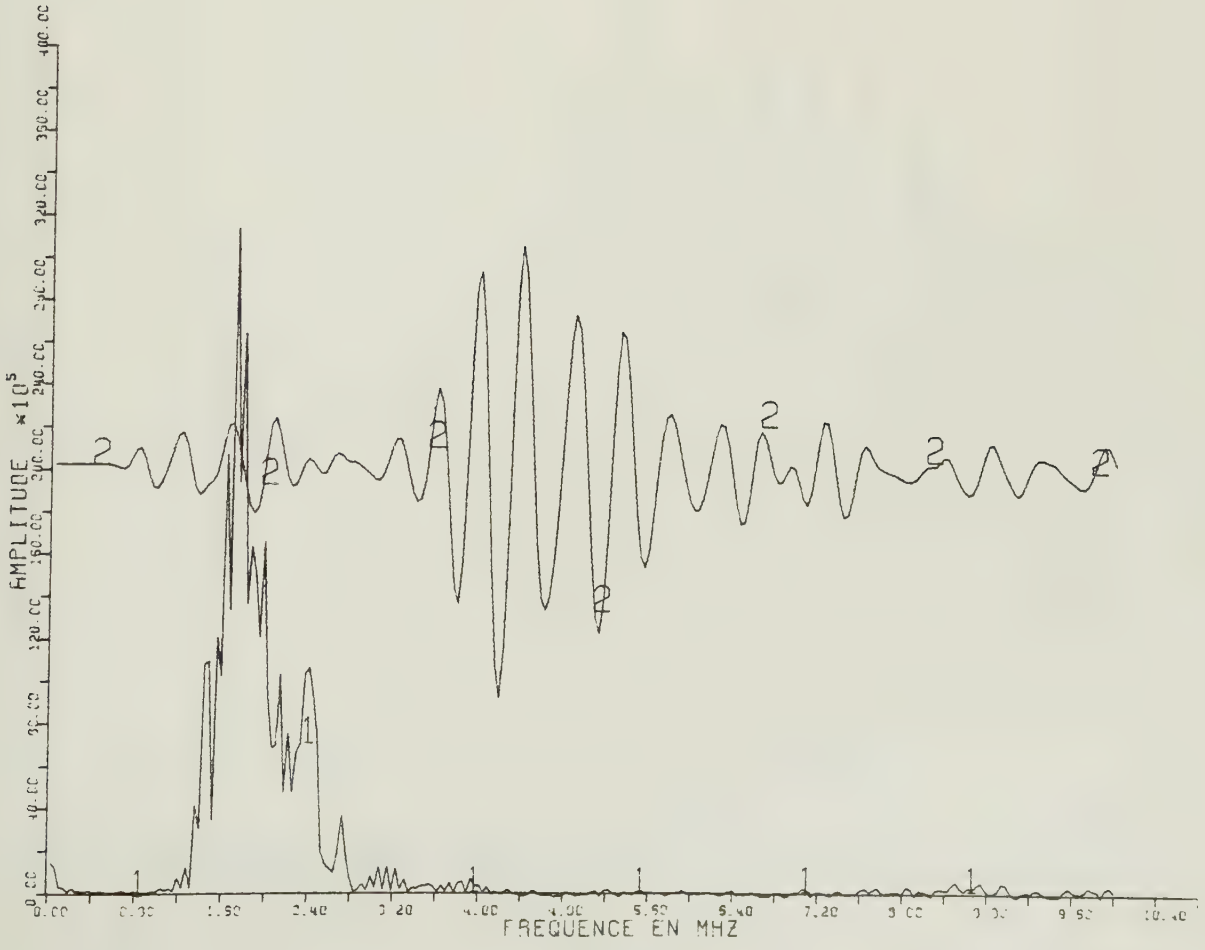

T.F.R.
FREQUENCE EN MEGAHERTZ

F.B.II.1

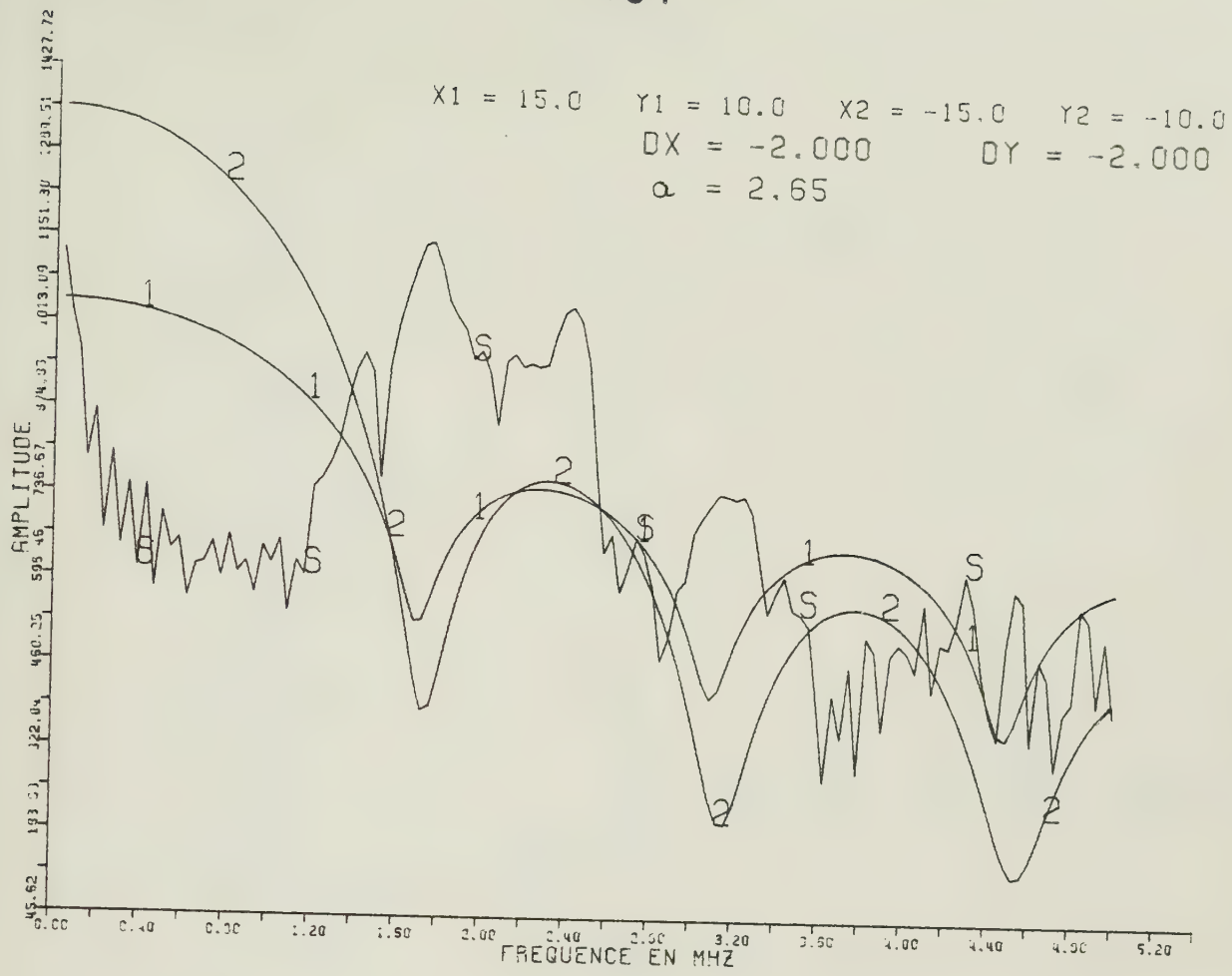

CELERITE MOYENNE A TRAVERS L'EPONGE
1487.7
1486.4
1487.1
1499.6
1500.7
1504.7
1503.8
1502.4
1531.5
1500.6
1499.4
1512.5
1501.7
1499.5
1500.8
1498.2

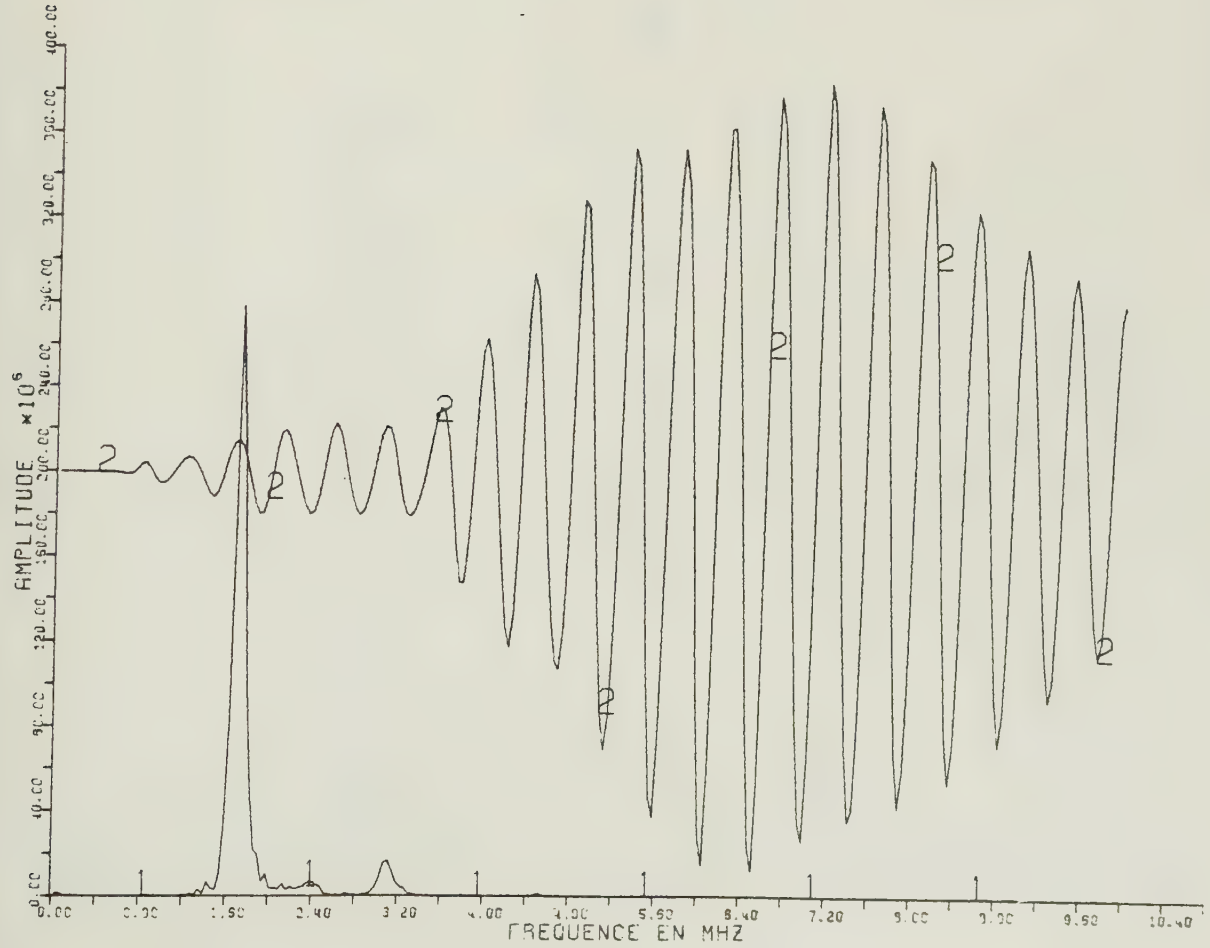
F.B.II.2


X1 = 15.0 Y1 = 10.0 X2 = -15.0 Y2 = -10.0
DX = 0.200 DY = 0.200
α = 2.65
AMPLITUDE
FREQUENCE EN MHZ

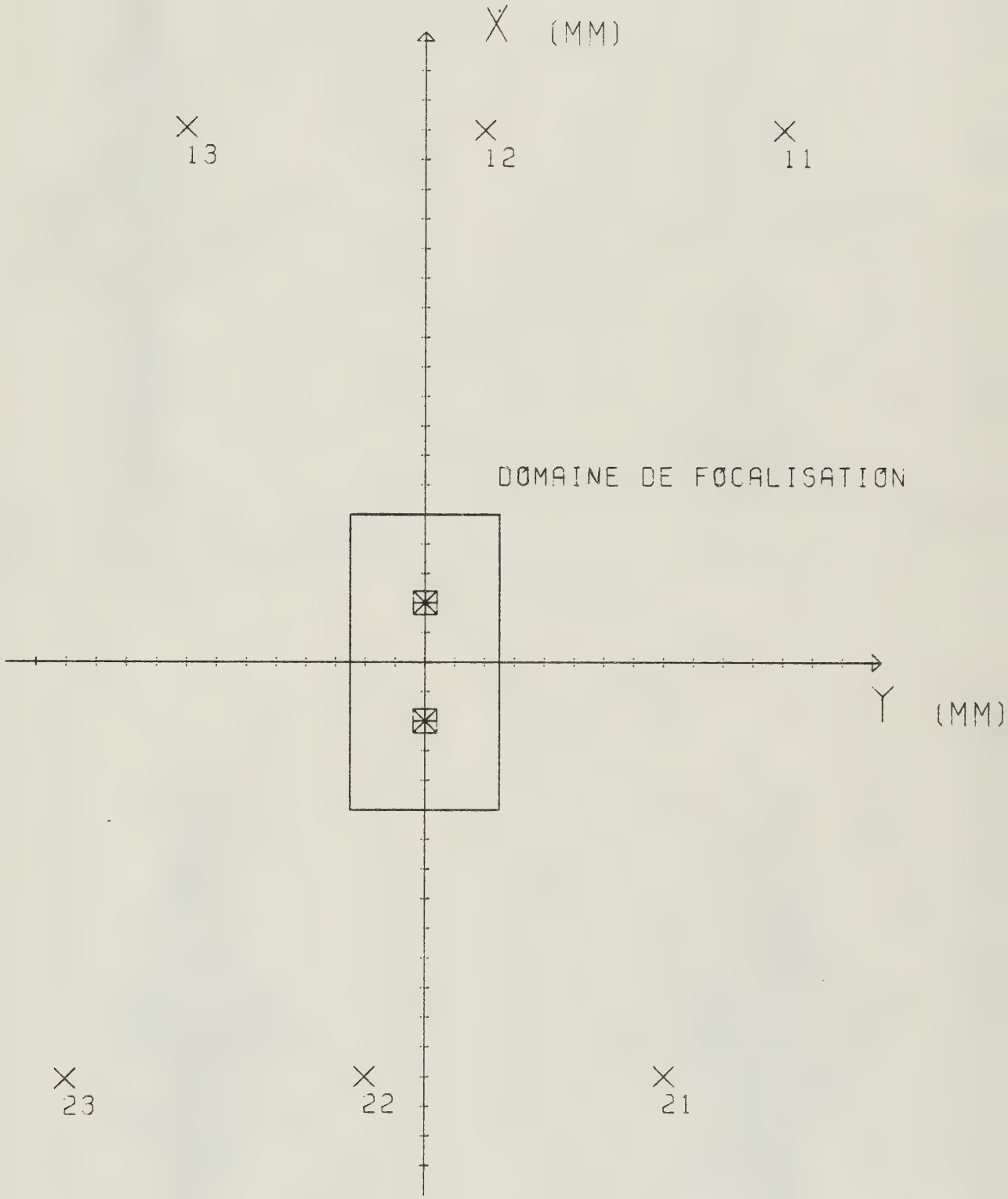

AMPLITUDE ×10⁵
FREQUENCE EN MHZ

F.B.II.3


X1 = 15.0 Y1 = 10.0 X2 = -15.0 Y2 = -10.0
DX = -2.000 DY = -2.000
α = 2.65
AMPLITUDE
FREQUENCE EN MHZ


AMPLITUDE ×10⁶
FREQUENCE EN MHZ

F. B. II. 4



× : POSITION DES TRANSDUCTEURS

⊠ : PROJECTION DES GRAINES DE COLZA (Z=36.MM)

F.B.II.5

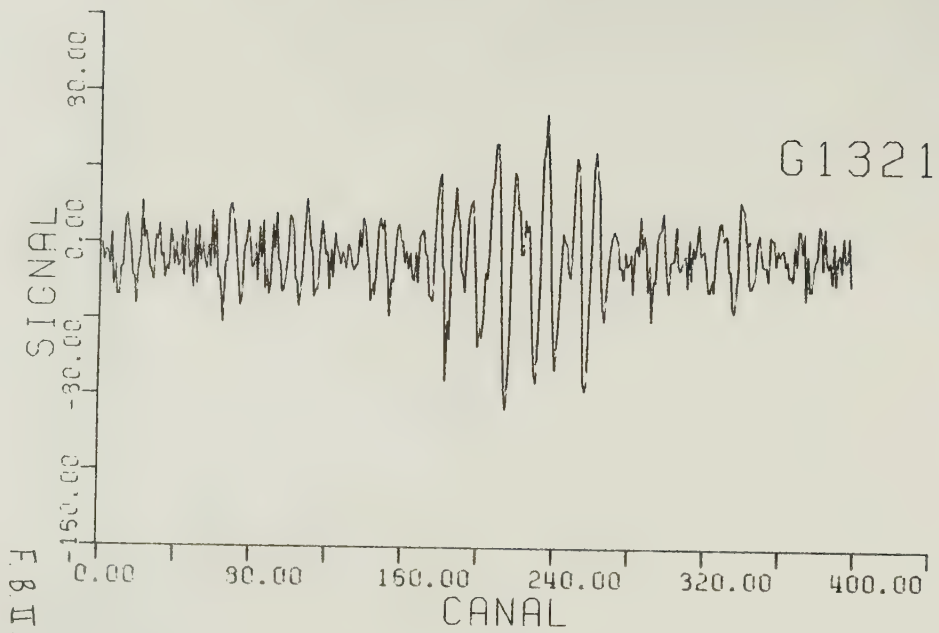
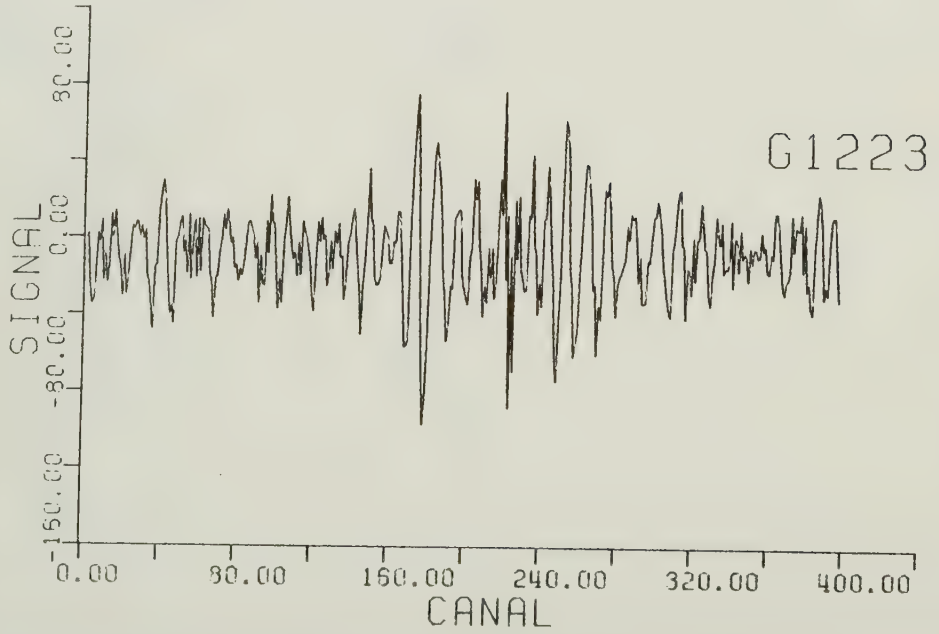
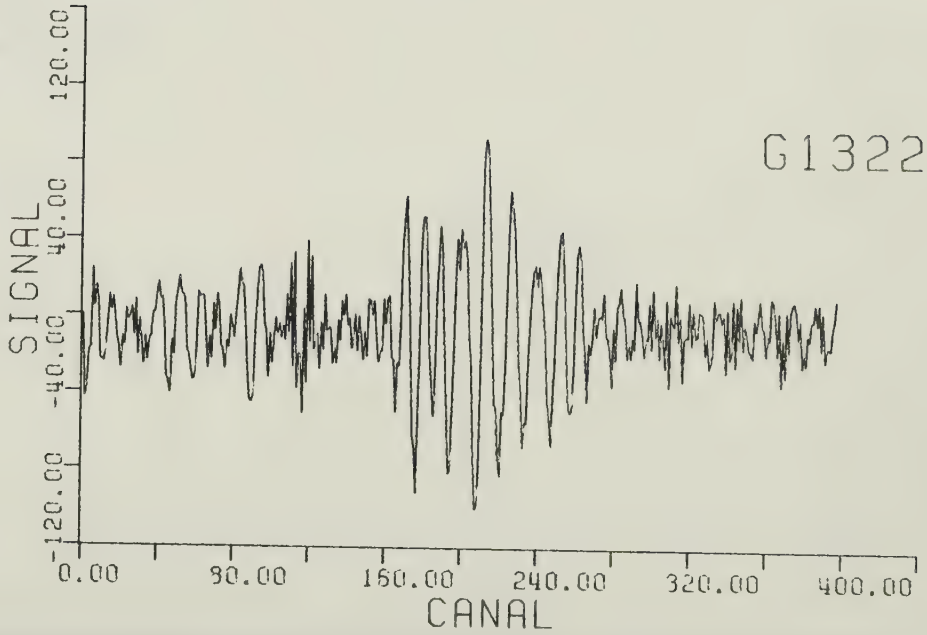
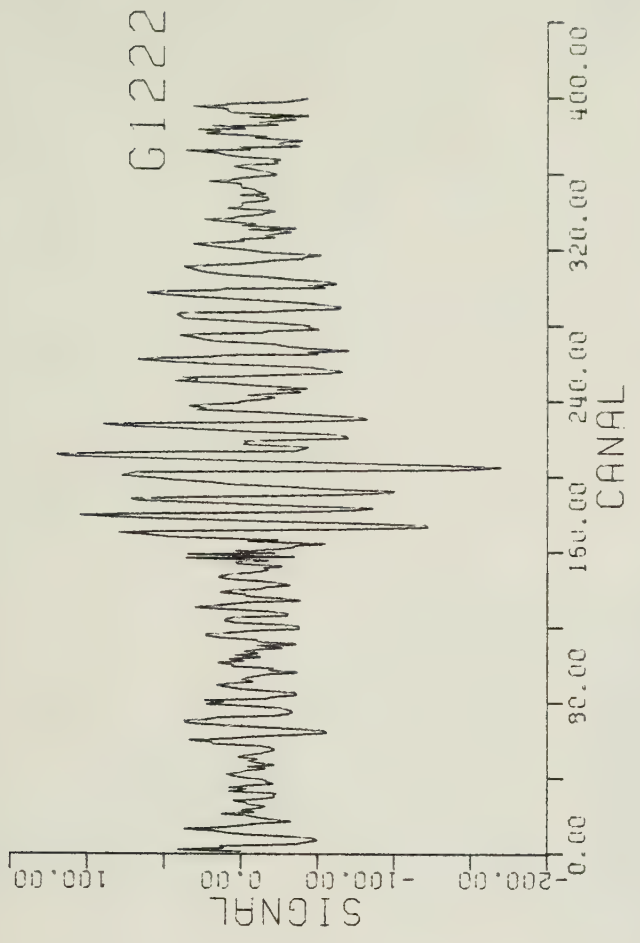
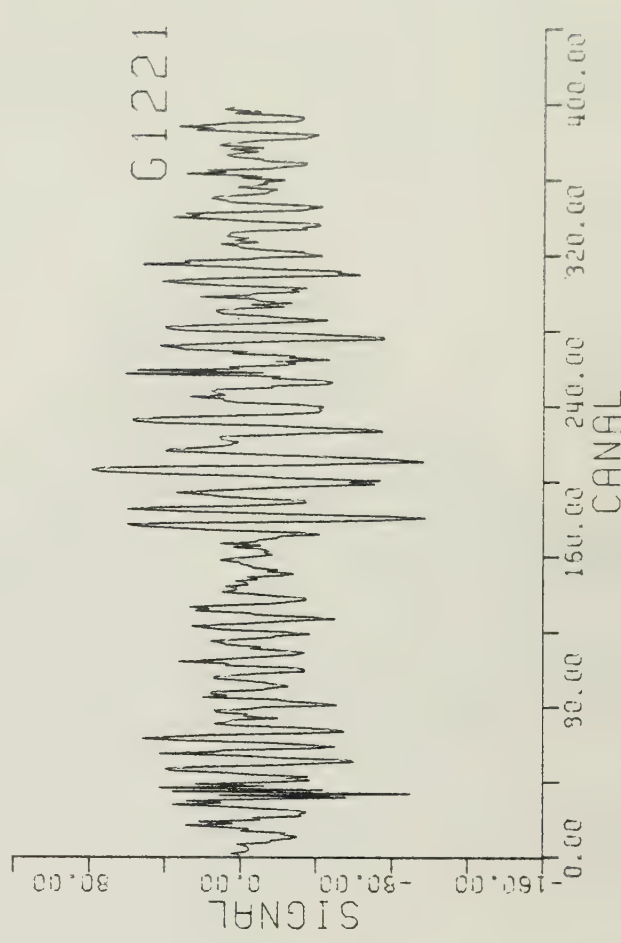

G1321
SIGNAL
CANAL
-150.00
-30.00
0.00
30.00
0.00
80.00
160.00
240.00
320.00
400.00

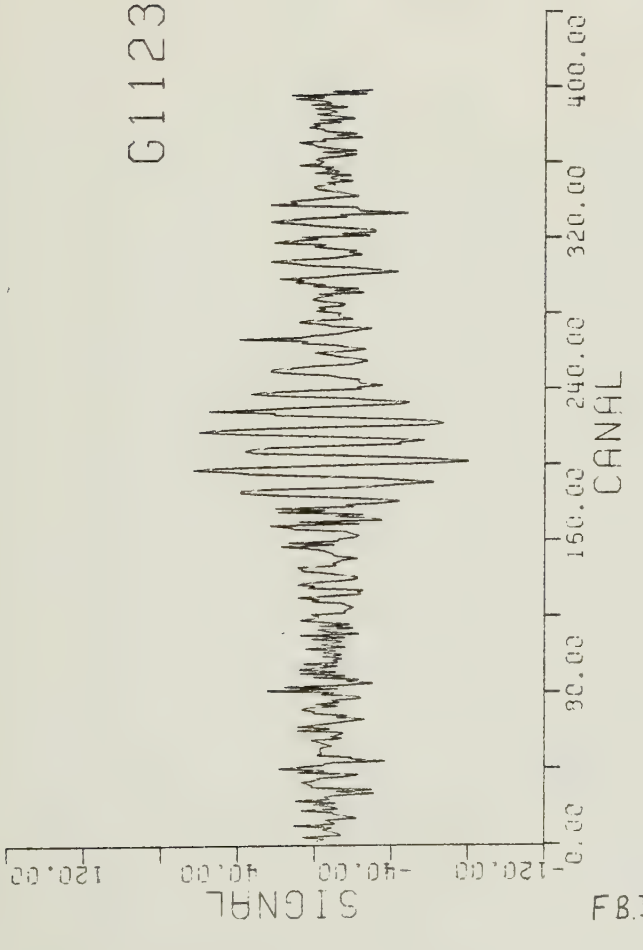
FIG. 6

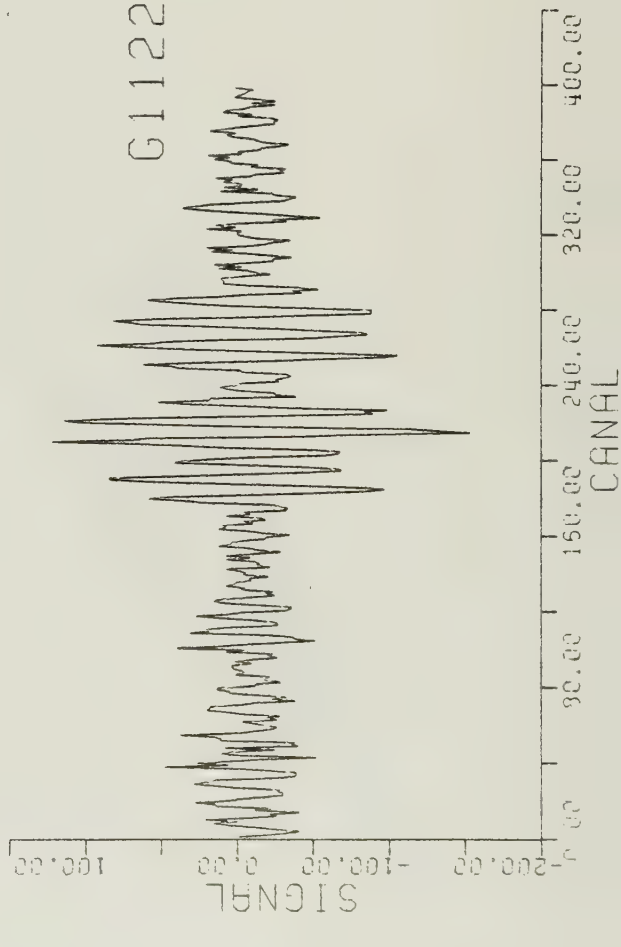

G1223
SIGNAL
CANAL
-150.00
-80.00
0.00
80.00
0.00
80.00
160.00
240.00
320.00
400.00


G1322
SIGNAL
CANAL
-120.00
-40.00
40.00
120.00
0.00
80.00
160.00
240.00
320.00
400.00


G1222
SIGNAL
CANAL
0.00
80.00
160.00
240.00
320.00
400.00
200.00
100.00
0.00
-100.00
-200.00

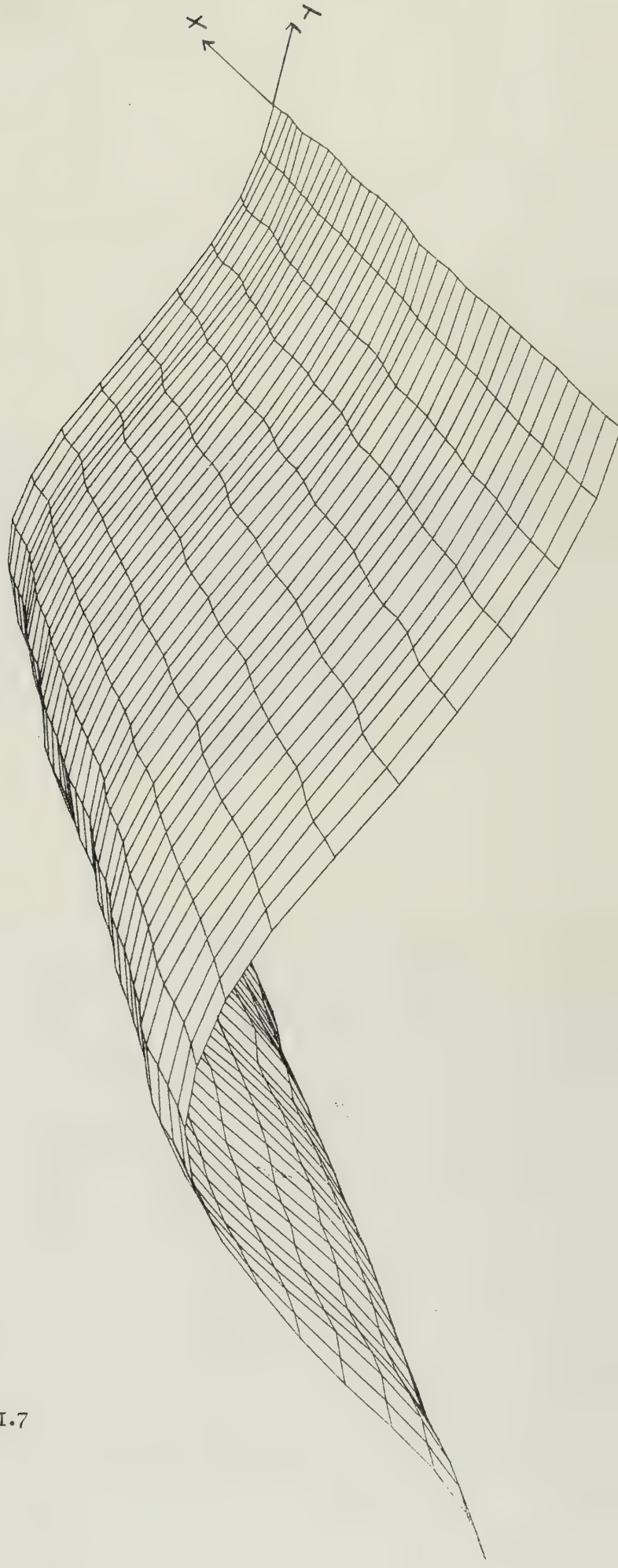

G1221
SIGNAL
CANAL
0.00
80.00
160.00
240.00
320.00
400.00
160.00
80.00
0.00
-80.00
-160.00


G1123
SIGNAL
CANAL
0.00
80.00
160.00
240.00
320.00
400.00
120.00
40.00
-40.00
-120.00


G1122
SIGNAL
CANAL
80.00
160.00
240.00
320.00
400.00
200.00
100.00
0.00
-100.00
-200.00

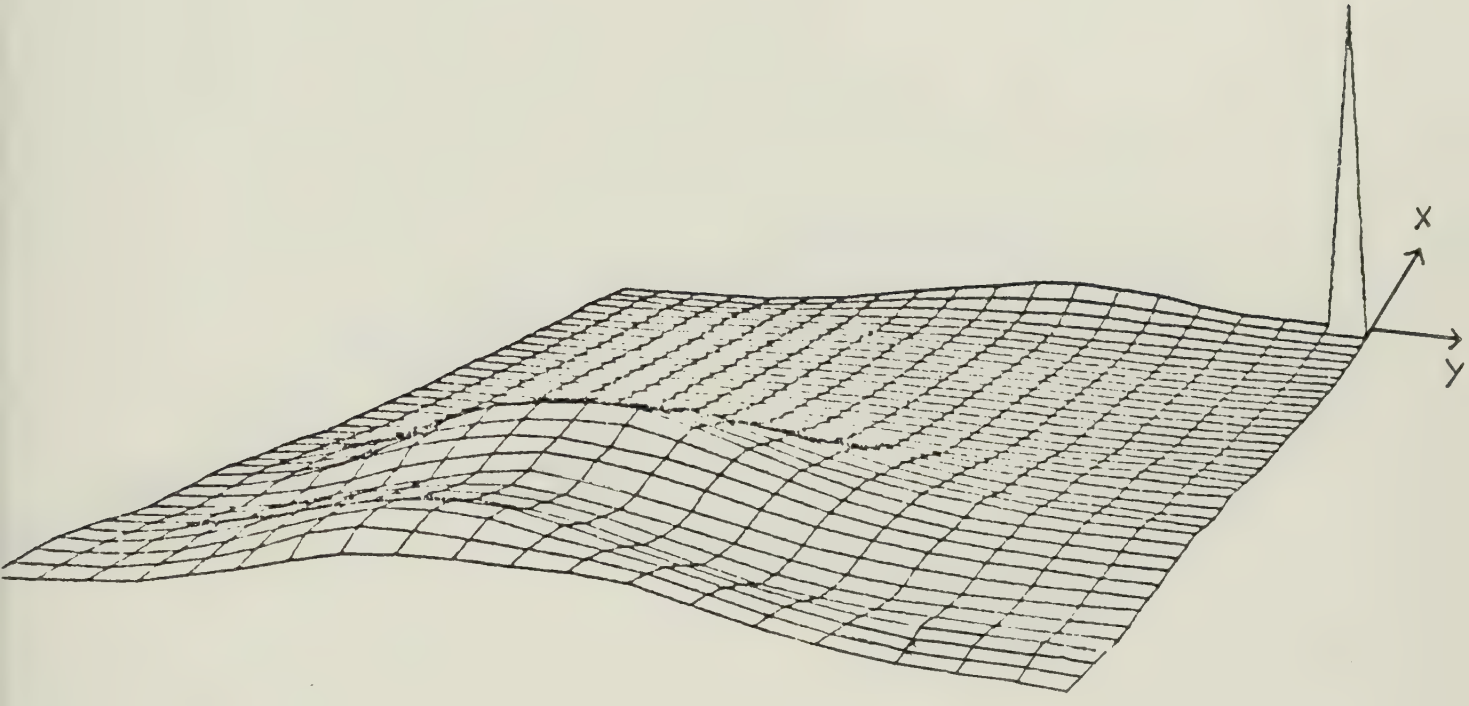
FB.II.6

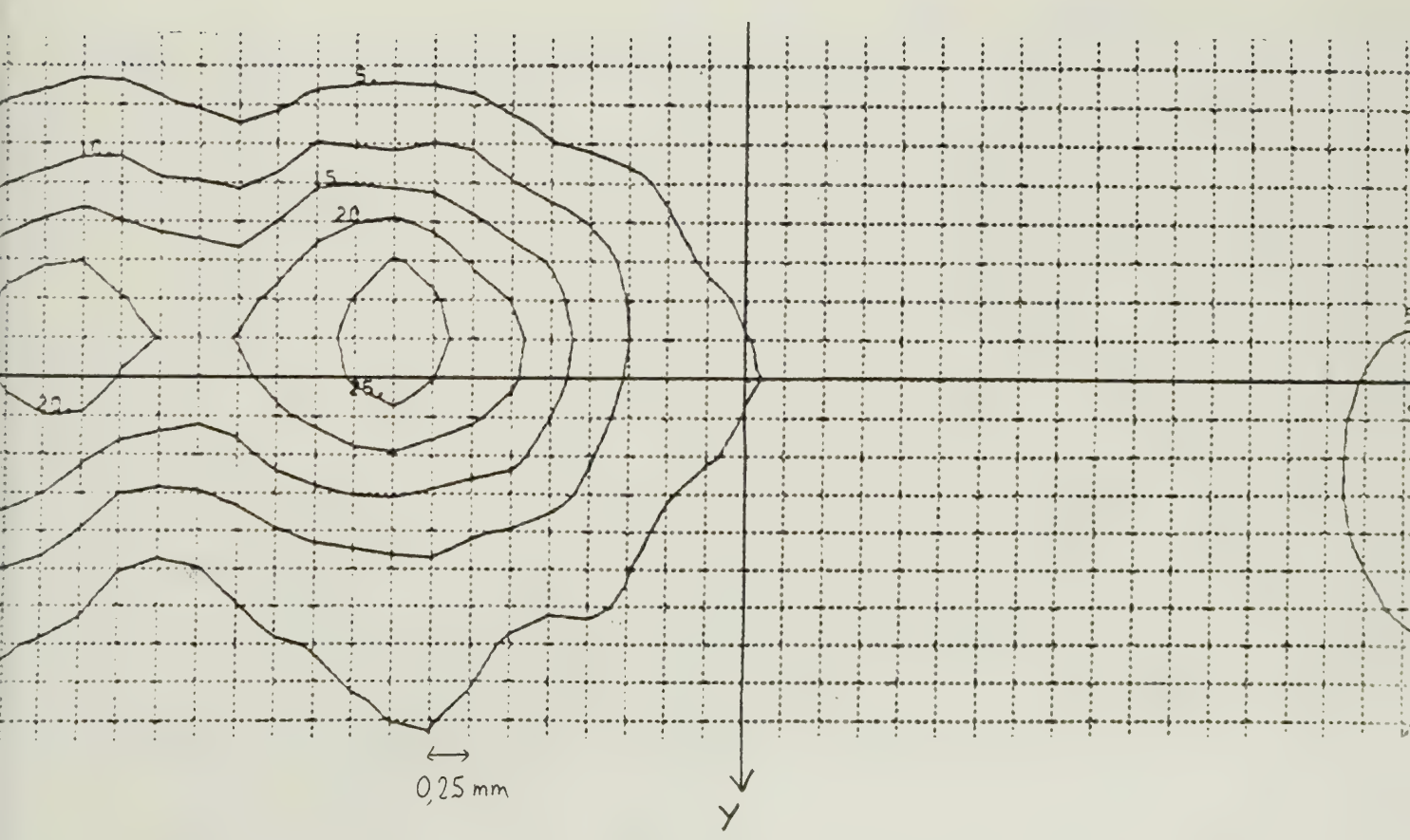
SANS DECONVOLUTION



F.B.II.7

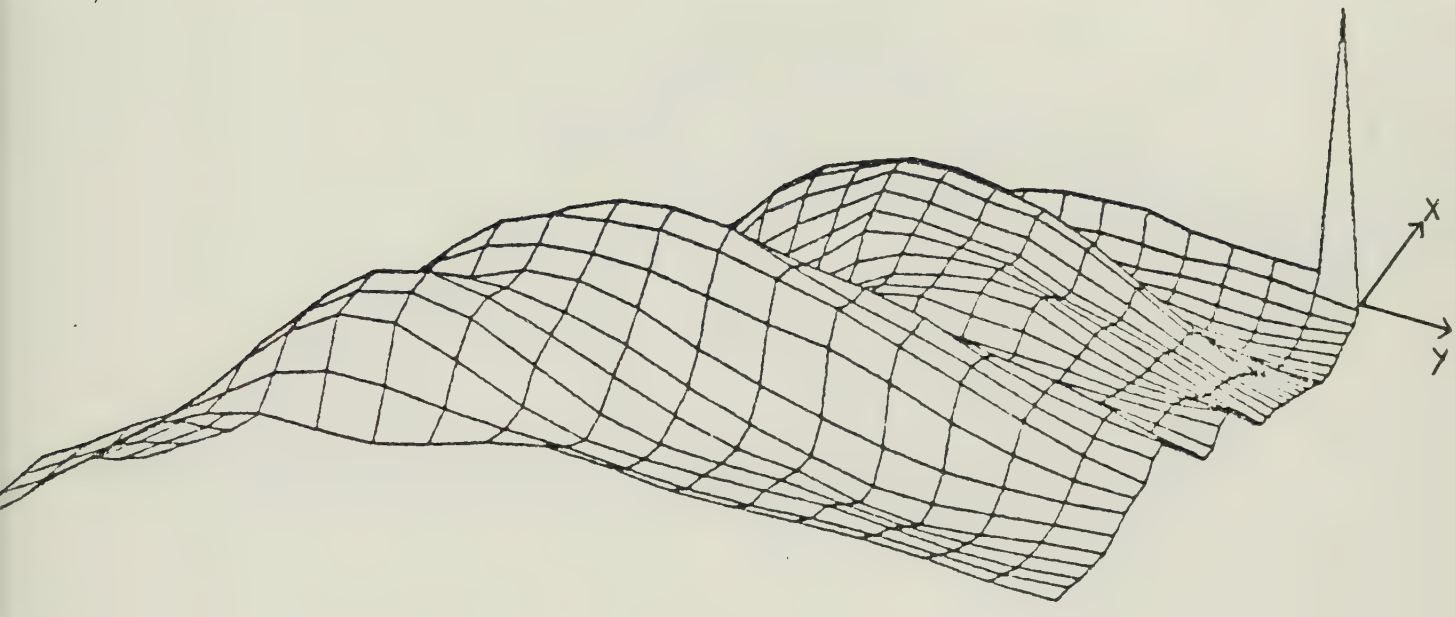
Z = 84,2 mm

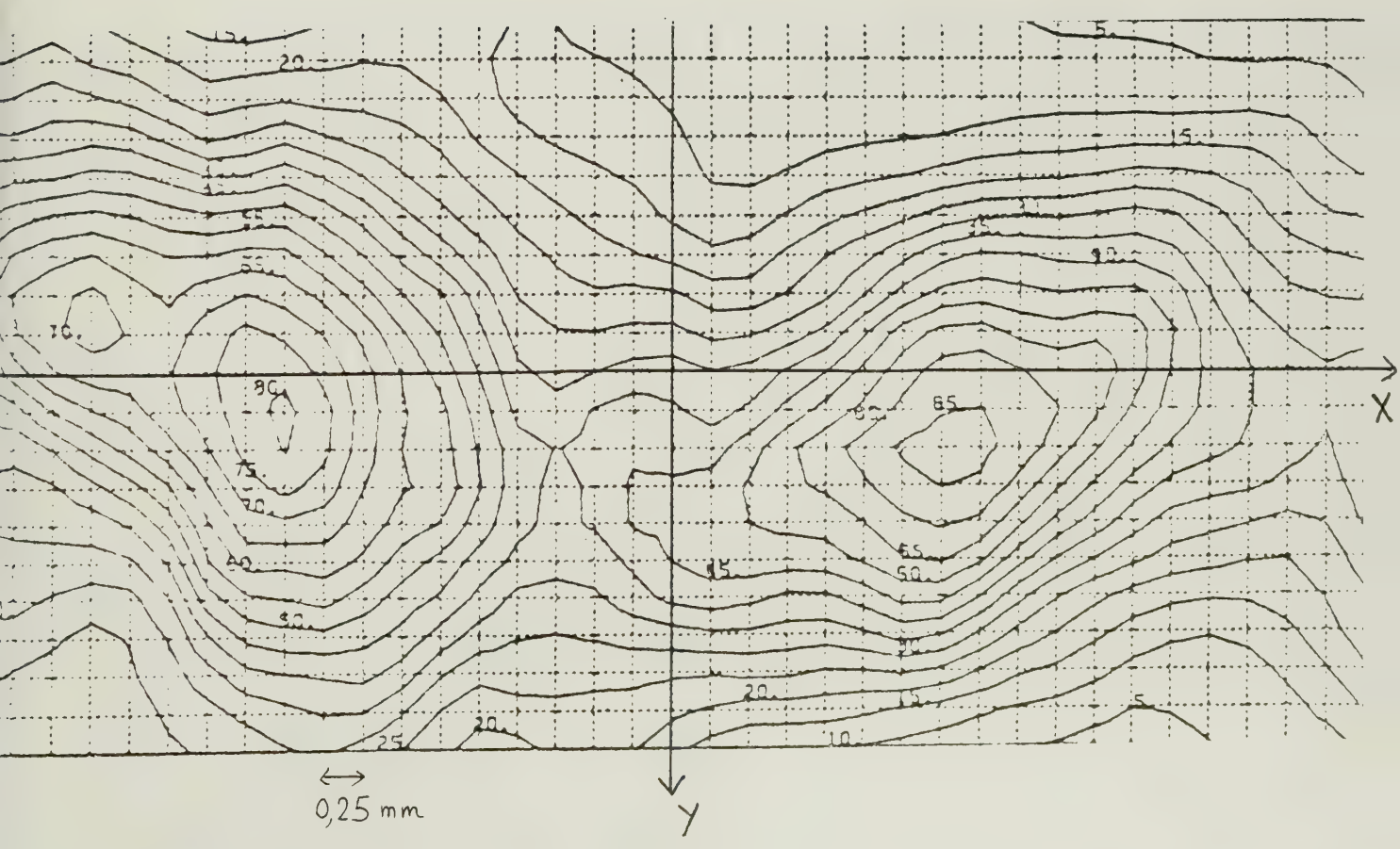




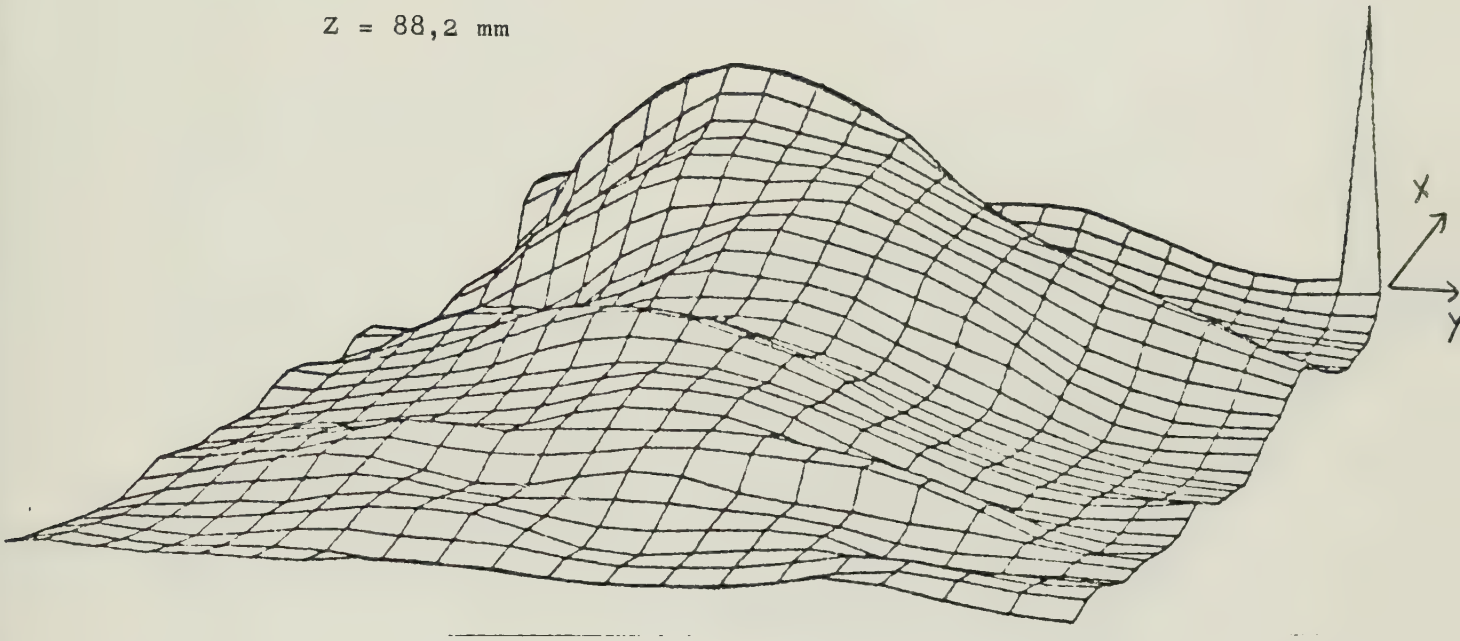
F. B. II. 8

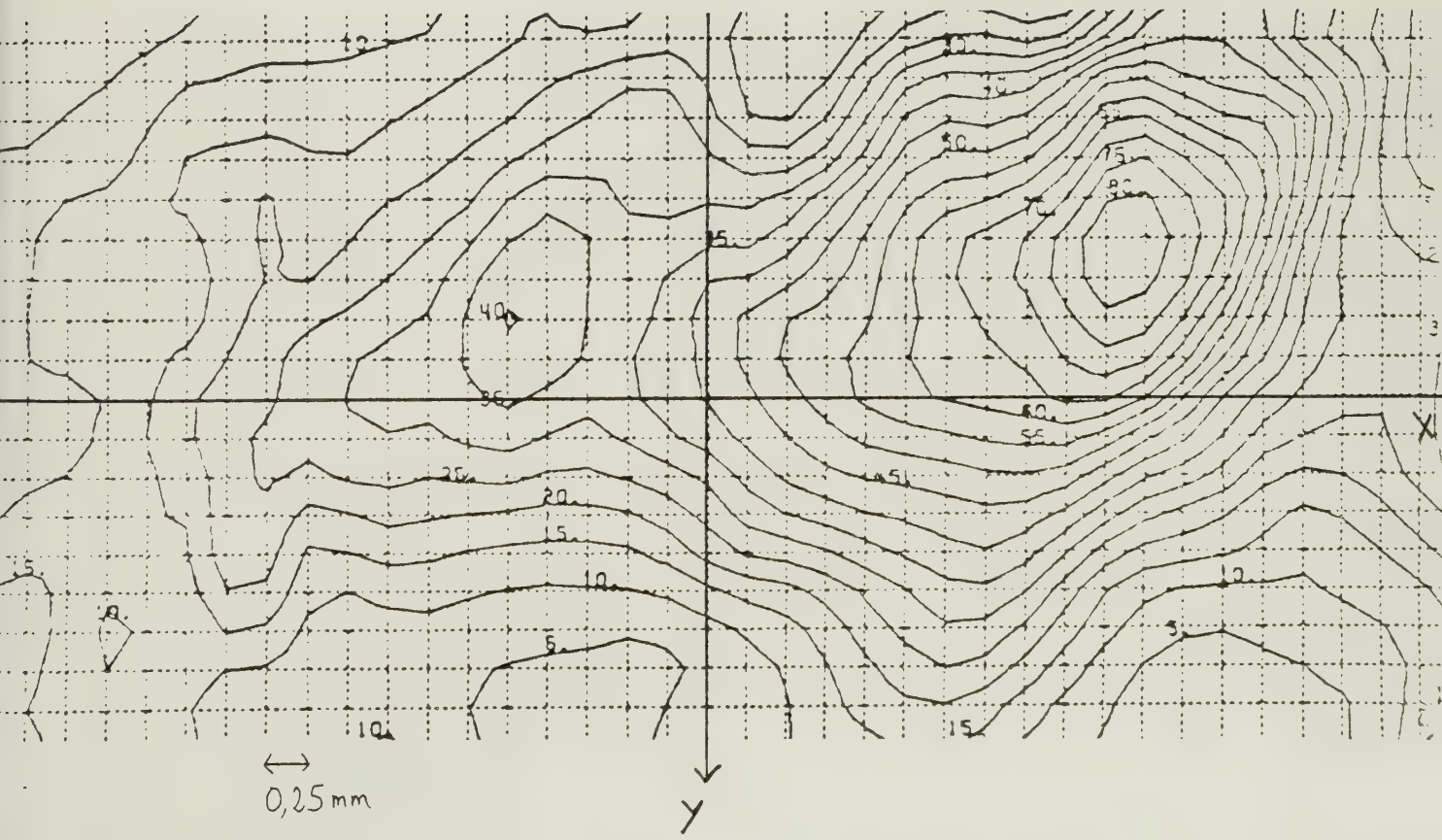
Z = 86,2 mm



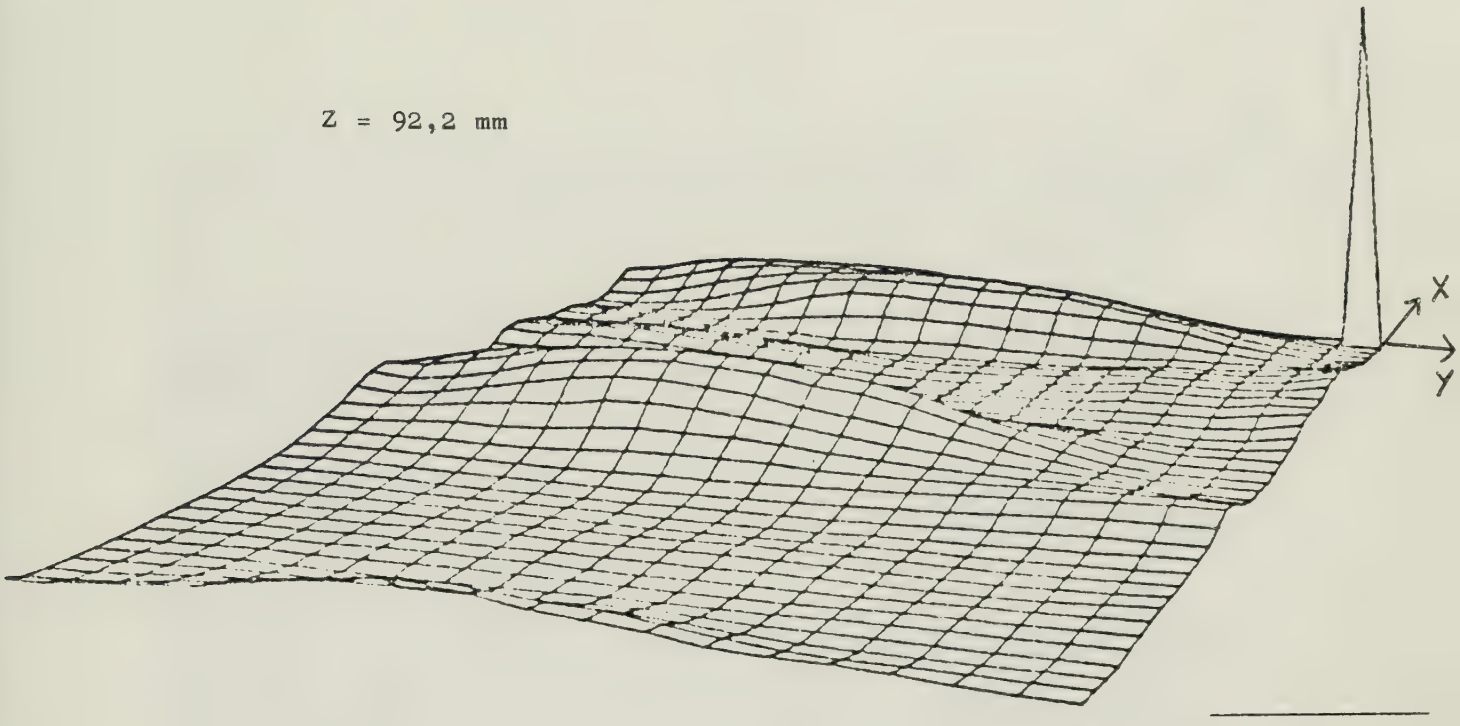


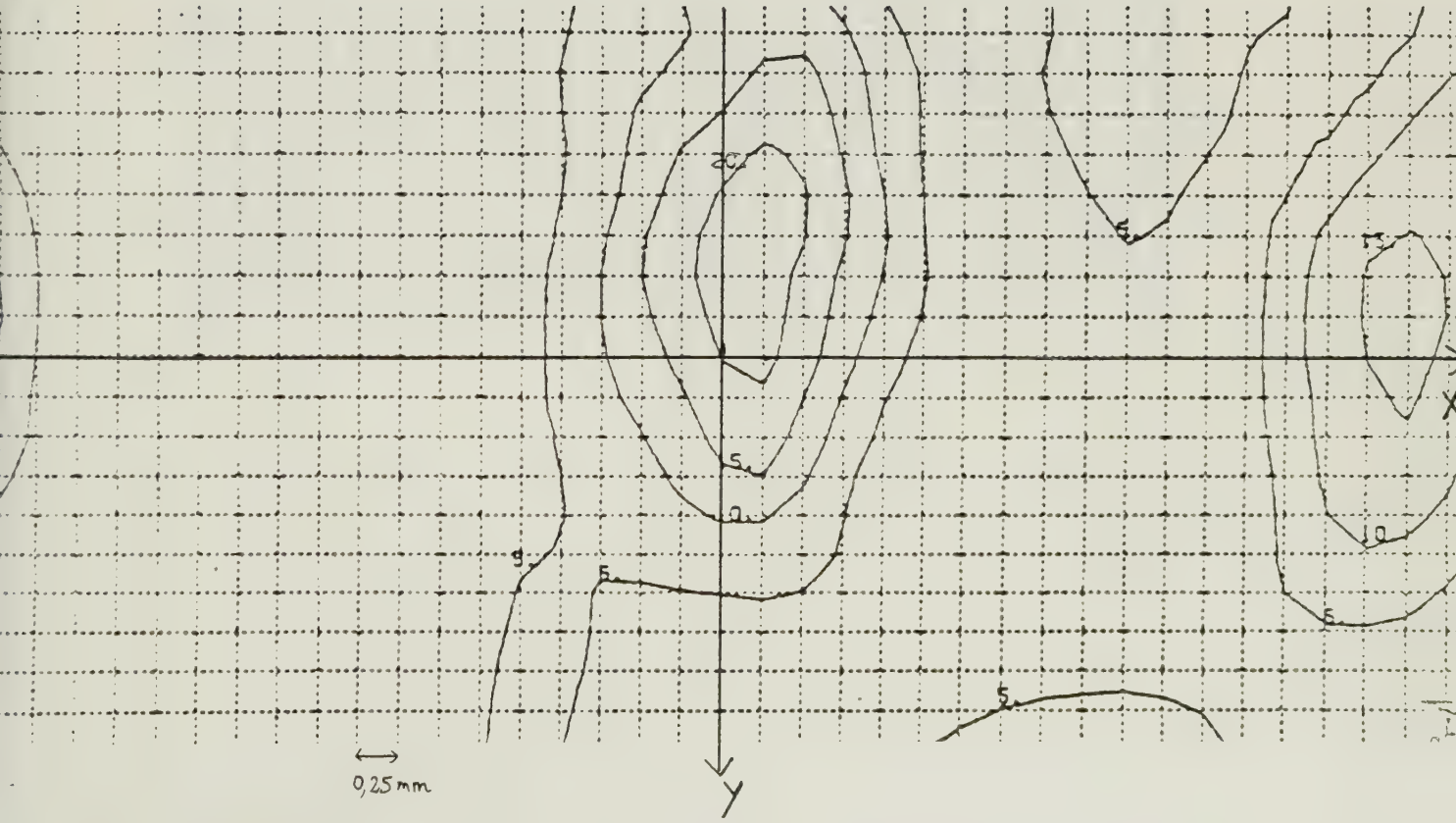
F.B.II.9





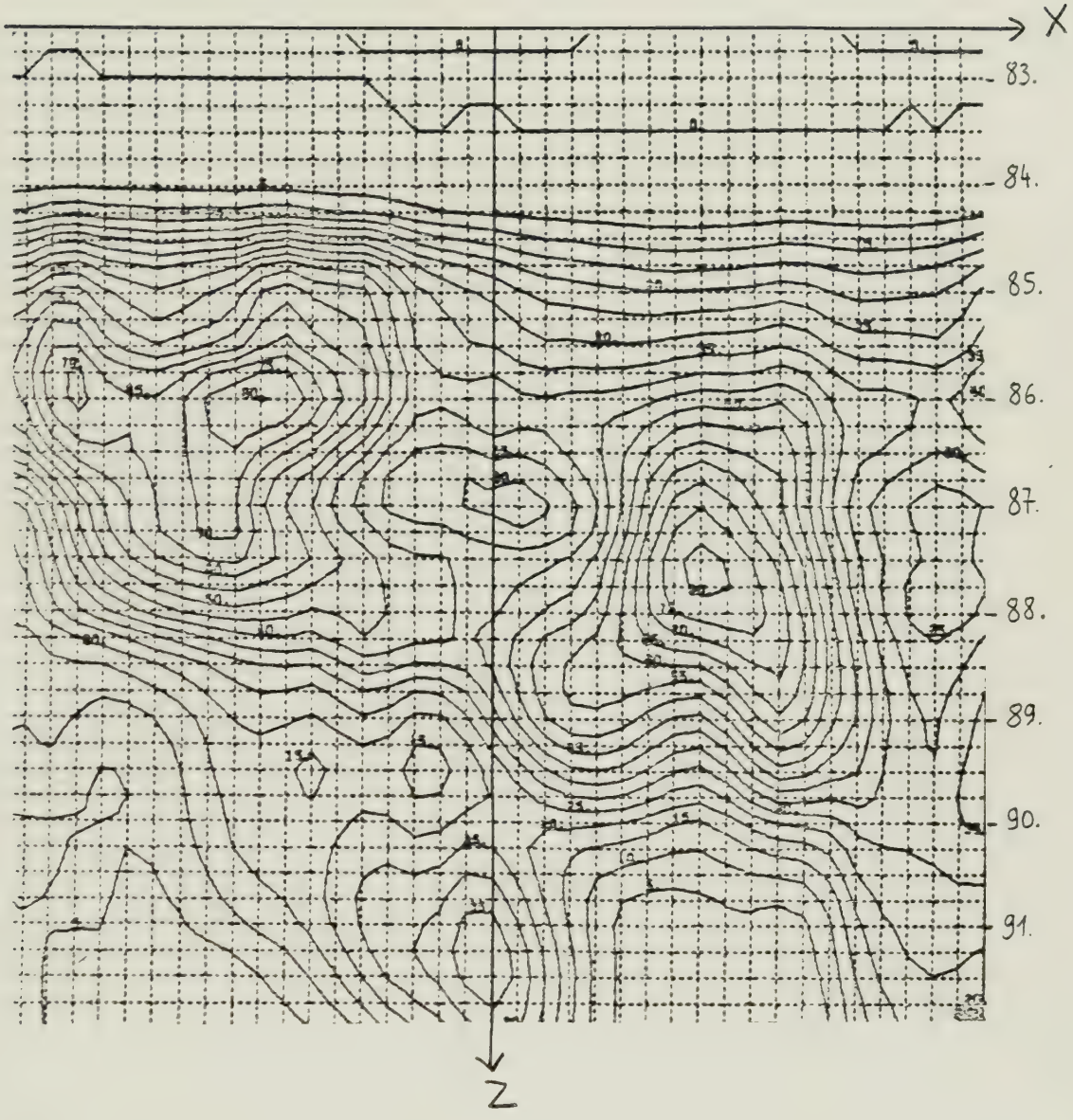
F. 8. П. 10



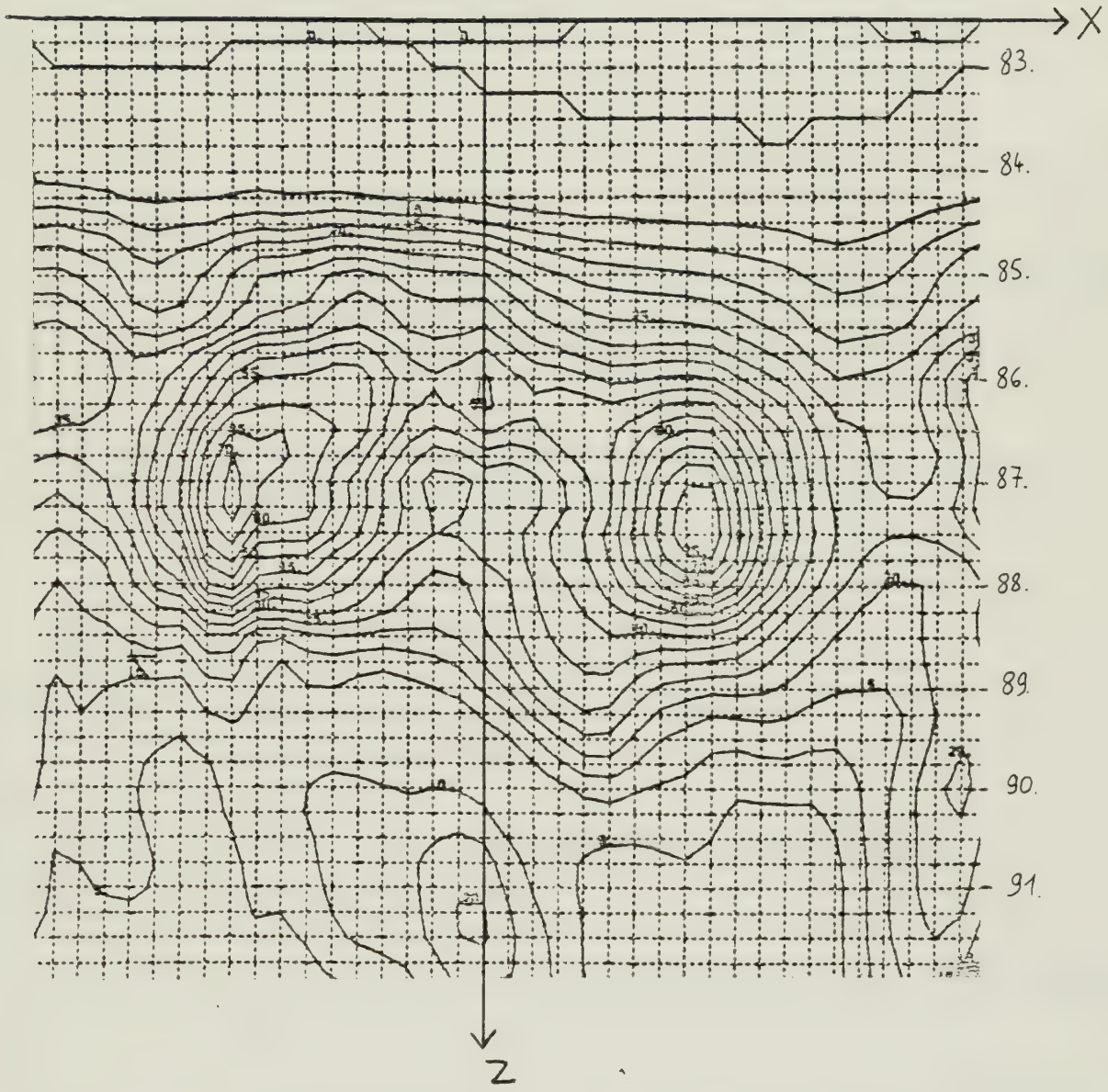


F.B.II.11

Y = 1 mm



Y = O mm



F.B.II. 12

REFERENCES

1. Interfaces Physique-Médecine : Application des techniques de la physique à l'imagerie médicale
C.N.R.S. (1979)

2. P.N.T. WELLS, Biomedical Ultrasonics
Academic Press (1977)

3. MUIR, Non-linear effects in acoustic imaging
Acoustical Imaging, vol. 9, Plenum 1980

4. MORSE-INGARD, Theoretical Acoustics
Mc Graw Hill (1968)

5. CHERNOV, Wave propagation in a random medium
Mc Graw Hill (1960)

6. POIREE, les discontinuités en acoustique. Cas du dioptre
Revue du CETHEDEC n° 51, 1977, p 1-11

7. POIREE, Représentations Lagrangienne et Eulérienne de l'acoustique linéaire
Revue du CETHEDEC n° 56, 1978, p 73-80

8. ZEMANIAN, Generalized Integral Transformations
Interscience (1968)

...

9. AUPHAN, Patterns of radiation of Transducers in Tissue like media, présenté au cinquième Symposium International d'Imagerie Ultrasonore et de Caractérisation de Tissu Gaithesburg (1-4 juin 1980)

10. BATEMAN, Tables of integral transforms
Mc Graw Hill (1954)

11. COLOMBO-LAVOINE, Transformations de Laplace et de Mellin
Mémorial des sciences mathématiques n° 169
Gauthier-Villars (1972)

12. REED-SIMON, Scattering Theory (method of Modern Mathematical Physics, T.III)
Academic Press, (1979)

13. J.P. LEFEBVRE, Théorie d'une méthode quantitative d'investigation des milieux stratifiés : l'impédographie acoustique
Acustica, vol. 41 (1978), p 11-20

14. CHADAN-SABATIER, Inverse problems in quantum scattering theory
Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York (1977)

15. J.P. LEFEBVRE, Theoretical basis of an ultrasonic investigation method of stratified absorbing media
Acoustical Imaging, vol. 10, Plenum

16. SHEEP-LOGAN, the Fourier reconstruction of a head section
IEEE transactions on nuclear science, Vol. NS21, June 1974, p 21-43

...

17. REID, Scattering of Sound by tissue
Medical Physics of C.T. and ultrasound
Medical Physics Monograph n° 6, American Institute of Physics

18. H. SCHOMBERG, an improved approach to reconstructive ultrasound tomography
J. Physics D : Appl. Phys., Vol. 11 (1978), L181-L185

19. VEZETTI, AKS, Reconstructions from scattering data analysis and improvements of the inverse Born approximation
Ultrasonic Imaging 1, 333-345 (1979)

20. BERTERO, VIANO, The inverse scattering problem in the Born approximation and the number of degrees of freedom
Optica Acta (1980), Vol. 27, n° 8, 1011-1024

21. ALAIS, Imagerie et holographie ultrasonores
Revue de Physique Appliquée, 11, n° 5, Sept. 1976, p 559-580

22. HARDY, Active Optics, a new technology for the control of light
Proc. of the IEEE, Vol. 66, n° 6 (june 1978), p 651-697

23. ISHIMARU, Wave Propagation and scattering in Random Media
Academic Press (1978)

24. STEINBERG, Radar Imaging from a distorted Array : the radio Camera Algorithm and experiments
IEEE trans. on antennas and propagation, AP.29, Sept 1981, p 740-748

...

25. SATO, LINZER, IKEDA, HIRAMA, Ultrasonic imaging through turbulent media using data selection processing
J.A.S.A., 70(3), Sept. 1981, p 756-762

26. AUPHAN, Theorical aspects of spherical targets in ultrasonic measurements
Philips Journal of Research, 36, p 210-228, (1981)

27. HARRIS, Review of transient field theory for a baffled planar piston
J.A.S.A., 70(1), July 1981, p 10-20

28. COURSANT, Deconvolution des fonctions de transfert des transducteurs ultrasonores piezoélectriques
Point en automatique, p 80-100, Technique et Documentation Paris 1981

29. GRASSE, Traité de zoologie, tome 3 : Spongiaires, Masson (1974)

30. PAULY, SCHWAN, Mechanism of Absorption of Ultrasound in Liver Tissue
J.A.S.A., 50 (2), 1971, 692-699

31. LAVOINE, Transformation de Fourier des pseudo-fonctions
C.N.R.S. (1963)

32. O' DONNELL, JAYNES, MILLER, Kramers-Kronig relationship between ultrasonic attenuation and phase velocity
J.A.S.A., 69 (3), March 1981, 696-701

33. AUPHAN-NICOLAS, Applications of Mellin-convolutions and Mellin-transforms to the study of propagation within tissue like attenuating media
Acoustical Imaging, Vol. XI

...